Reti Logiche A - A.A. 2009-2010
Ingegneria Informatica
Facoltà di Ingegneria dell'Informazione
Prof.ssa Cristiana Bolchini
Appello del **05/07/2010**

RESTITUIRE COMPILATO

Cognome	**Nome**	**Matricola**	**Voto:** . . . /30

Quesito:	1	2	3	4	5	Tot.
Max:	7	5	6	8	4	30
Punti:						

Istruzioni:

- non è possibile consultare libri, appunti, né comunicare;
- non è possibile utilizzare la calcolatrice o qualsiasi dispositivo elettronico;
- si può rispondere ai quesiti nell'ordine preferito;
- si può scrivere con qualsiasi colore, anche a matita, ad eccezione del **rosso**.
- la durata della prova è **2h 15m**

Quesito 1 (7 punti) Punteggio ottenuto: . . . /7

Siano date le quattro funzioni di seguito specificate:

- `F1(a,b,c) = ON(0,2,7) + DC(3,6)`
- `F2(a,b,c) = ON(3,4) + DC(1,2,6)`
- `F3(a,b,c) = ON(2,4) + DC(0,1,6)`
- `F4(a,b,c) = ON(3,6,7) + DC(1,2)`

1. Effettuare la sintesi utilizzando il metodo di Quine McCluskey per funzioni a più uscite utilizzando come funzione di costo la cardinalità della copertura.
2. Indicare il costo della **soluzione** ottima individuata.
3. Riportare la soluzione finale in termini di equazioni booleane;
4. Disegnare il circuito della soluzione ottima individuata.

Descrivere con chiarezza ogni singolo passo svolto per arrivare alla soluzione.

Traccia soluzione:

Generazione degli implicanti (i don't care vengono trattati come 1 per poter ottenere implicanti di dimensione più grande possibile):

0	000	1010	✓
1	001	0111	DC
2	010	1111	✓
4	100	0110	✓
3	011	1111	✓
6	110	0111	✓
7	111	1001	✓

→

0,1	00-	0110	DC
0,2	0-0	1010	
0,4	0-0	0010	✓
1,3	0-1	0101	
2,3	01-	1101	
2,6	-10	1111	
4,6	1-0	0110	
3,7	-11	1001	✓
6,7	11-	1001	✓

→

0,2,4,6	–0	0010
2,3,6,7	-1-	1001

→

A	0,2	a'c'	1010	1
B	1,3	a'c	0101	1
C	2,3	a'b	1101	1
D	2,6	bc'	1111	1
E	4,6	ac'	0110	1
F	0,2,4,6	c'	0010	1
G	2,3,6,7	b	1001	1

Copertura (si deve trovare una copertura per tutti e soli gli 1 delle funzioni; i don't care non devono essere considerati):

	F1			F2		F3		F4			
	0	2	7	3	4	2	4	3	6	7	
A	×	×				×					1
B				×				×			1
C		×		×				×			1
D		×				×			×		1
E					×		×				1
F						×	×				1
G		×	×					×	×	×	1

→

`A` ess prim `F1` ⇒ costo di `A` = 0	`F1`= $\{A\}$, `F2`= $\{\emptyset\}$, `F3`= $\{\emptyset\}$, `F4`= $\{\emptyset\}$
`E` ess prim `F2` ⇒ costo di `E` = 0	`F1`= $\{A\}$, `F2`= $\{E\}$, `F3`= $\{\emptyset\}$, `F4`= $\{\emptyset\}$
`G` ess prim `F1` e `F4` ⇒ `G` rimosso	`F1`= $\{A+G\}$, `F2`= $\{E\}$, `F3`= $\{\emptyset\}$, `F4`= $\{G\}$
`C` domina `B` ⇒ `B` rimosso	`F1`= $\{A+G\}$, `F2`= $\{E\}$, `F3`= $\{\emptyset\}$, `F4`= $\{G\}$

F1 e F4 sono completamente coperte.

	F2		F3		
	3		2	4	
A			×		0
C	×				1
D			×		1
E				×	0
F			×	×	1

$\rightarrow$

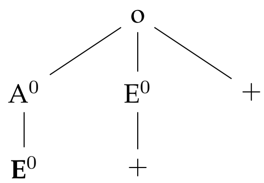
C ess sec F2 $\Rightarrow$ F1= $\{A+G\}$, F2= $\{E+C\}$,
C rimosso F3= $\{\emptyset\}$, F4= $\{G\}$

F domina D $\Rightarrow$ F1= $\{A+G\}$, F2= $\{E+C\}$,
D rimosso F3= $\{\emptyset\}$, F4= $\{G\}$

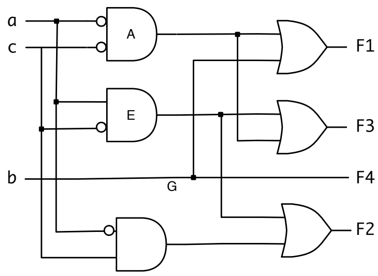
$\rightarrow$

	F3		
	2	4	
A	×		0
E		×	0
F	×	×	1

Tabella ciclica: si utilizza il Branch and Bound ottenendo:



Soluzione:
```
A = a'c'
E = ac'
G = b
F1 = A + G
F2 = E + a'c
F3 = A + E
F4 = G
```
Costo della soluzione: 4 implicanti



Quesito 2 (5 punti) Punteggio ottenuto: . . . /5

Eseguire la moltiplicazione $A \times B$ in complemento a 2, scegliendo uno dei metodi indicati:

- prodotto diretto dei due numeri in complemento a due (non lavorare sui numeri opposti);
- algoritmo di Booth;
- scomposizione della matrice dei prodotti parziali in sottomatrici dei termini positivi e sottomatrice dei termini negativi.

I valori da utilizzare nella moltiplicazione sono $A = +19$, $B = -69$. Qualunque sia il metodo adottato

- si utilizzi per la rappresentazione in complemento a 2 di ciascun fattore il numero minimo di bit derivato dal valore del fattore considerato,
- si indichi il numero di bit del risultato,
- si mostrino tutti i passaggi necessari a svolgere l'esercizio.

Traccia soluzione:

Codifica in complemento a due sul numero minimo di bit necessari a rappresentare entrambi gli operandi:

|A |= 19_{10} = 10011 da cui 010011_{MS} = 010011_{C2} = $+19_{10}$ $\Longrightarrow$ A = 010011_{C2}
|B |= 69_{10} = 1000101 da cui 01000101_{MS} = 01000101_{C2} = $+69_{10}$ $\rightarrow$ 01000101_{C2} = -B $\Longrightarrow$ B = 10111011_{C2}

Per avere operandi di ugual dimensione, si effettua l'estensione in segno di A $\rightarrow$ A = 00010011_{C2}

Il moltiplicatore di Booth: B_B = -1100-110-1

Prodotto diretto

```
0000000000010011     ×
1111111110111011
----------------------
0000000000010011
000000000010011
00000000000000
0000000010011
000000010011
00000010011
0000000000
000010011
00010011
0010011
010011
10011
0011
011
11
1
----------------------
 1 1 1 111 111   riporti
 1 1 1    1
----------------------
1111101011100001
```

Booth

```
        00010011                            ×
        -+00-+0-     si indica − invece di −1
                  e + invece di +1 per allineare
------------------------------------------------
1111111111101101
000000000000000
00000000010011
1111111101101
000000000000
00000000000
0000010011
111101101
------------------------------------------------
 1 111 1 11 1                         riporti
 1 1 1 1
------------------------------------------------
1111101011100001
```

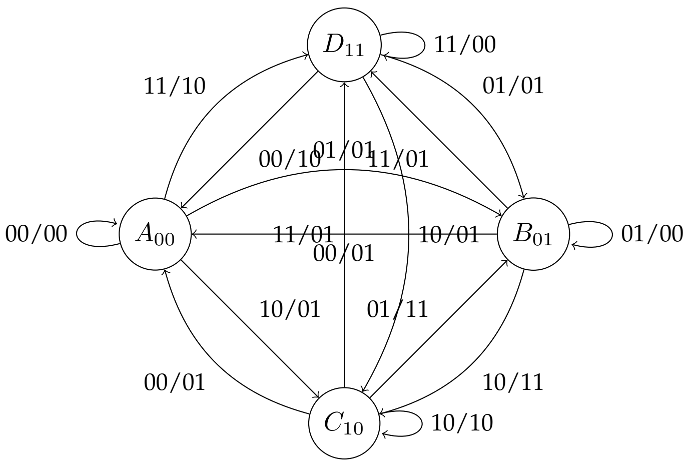
Quesito 3 (6 punti) Punteggio ottenuto: . . . /6

Si definisce distanza di Hamming tra due configurazioni il numero di bit diversi in posizione uguale. Si realizzi la specifica (diagramma degli stati e tabella degli stati **minima**) di una macchina sequenziale sincrona di Mealy con un ingresso `X` a due bit ed una uscita `Z` a due bit. La macchina sequenziale mette sull'uscita `Z` ad ogni ciclo di clock la distanza di Hamming (rappresentata nel sistema binario naturale) calcolata tra la configurazione d'ingresso attuale e quella precedente.

Di seguito viene riportato un esempio di sequenza ingresso e uscita ottenuto dal circuito:

```
X1 100101100...
X0 111101011...
Z1 -00011010...
Z0 -10100100...
```

Traccia soluzione:



Si tratta di una macchina di Mealy completamente specificata, la cui tabella degli stati è la seguente.

	$I_0\ I_1$			
	00	01	11	10
A	A/00	B/01	D/10	C/01
B	A/01	B/00	D/01	C/10
C	A/01	B/10	D/01	C/00
D	A/10	B/01	D/00	C/01

Ricerca di stati indistinguibili per una possibile riduzione del numero degli stati tramite la regola di Paull-Unger.

B	×		
C	×	×	
D	×	×	×
	A	B	C

Non ci sono stati indistinguibili: la macchina è minima.

Quesito 4 (8 punti) Punteggio ottenuto: . . . /8

Data la tabella degli stati di una FSM sincrona, sotto riportata:

a) (2 punti) minimizzare il numero degli stati e riportare la tabella degli stati della macchina minima;

b) (2 punti) utilizzando bistabili di tipo D effettuare un assegnamento ottimale degli stati sul numero minimo di bit necessari;

c) (3 punti) effettuare la sintesi delle funzioni stato prossimo Y e di uscita λ con il metodo di Karnaugh;

d) (1 punti) realizzare la rete combinatoria della sola funzione Y, riportando lo schema circuitale.

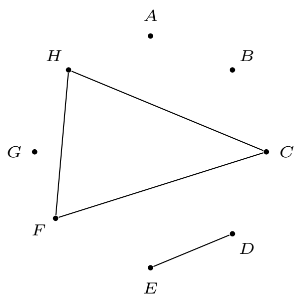
	00	01	11	10	U
A	A	F	B	G	0
B	G	A	E	G	1
C	C	B	D	D	0
D	G	E	G	E	1
E	G	E	G	D	1
F	H	B	E	D	0
G	C	F	G	G	1
H	C	B	E	D	0

Traccia soluzione:

Analisi di indistinguibilità:

B	$\times$						
C	B,F B,D D,G	$\times$					
D	$\times$	A,E E,G	$\times$				
E	$\times$	A,E E,G D,G	$\times$	$\sim$			
F	A,H B,E B,F D,G	$\times$	C,H E,D	$\times$	$\times$		
G	$\times$	A,F C,G E,G	$\times$	C,G E,F E,G	C,G E,F D,G	$\times$	
H	A,C B,E B,F D,G	$\times$	D,E	$\times$	$\times$	C,H	$\times$
	A	B	C	D	E	F	G

B	$\times$						
C	$\times$	$\times$					
D	$\times$	$\times$	$\times$				
E	$\times$	$\times$	$\times$	$\sim$			
F	$\times$	$\times$	$\sim$	$\times$	$\times$		
G	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	
H	$\times$	$\times$	$\sim$	$\times$	$\times$	$\sim$	$\times$
	A	B	C	D	E	F	G



Si ottiene il grafo delle equivalenze riportato, da cui si derivano le classi di equivalenza che determinano una partizione di equivalenza.

	00	01	11	10	U
A	A	X	B	G	0
B	G	A	Y	G	1
X: CHF	X	B	Y	Y	0
Y: DE	G	Y	G	Y	1
G	X	X	G	G	1

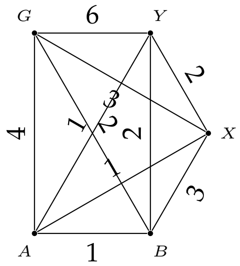
Per l'assegnamento dello stato, poichè si utilizzano bistabili di tipo D è necessario adottare politiche di ottimizzazione per una sintesi di costo limitato. Si adottano i criteri ad alta e media priorità, utilizzando un ugual peso.

vincolo	cardinalità	criterio
AB	1	alta
AG	1+1	
BG	1	
BX	1	
BY	1	
XY	1	
XG	1	
YG	1	
AX	1	media
BX	1+1	
BG	1	
AG	1+1	
AY	1	
YG	1+1+1+1+1	
BY	1	
XY	1	
XG	1+1	

$\rightarrow$

vincolo	cardinalità
AB	1
AG	4
BG	2
XY	2
YG	6
AX	1
BX	3
AY	1
BY	2
XG	3

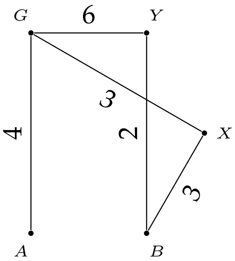
$\rightarrow$



Non è possibile soddisfare tutte i vincoli di adiacenza, quindi si effettuerà un assegnamento che minimizzi il numero di vincoli non soddisfatti e a parità di vincoli, manterrà quelli con il peso maggiore.

	00	01	11	10
0	G	Y	B	X
1	A			

equivale a



$\rightarrow$

stato	codifica
A	100
B	011
X	010
Y	001
G	000

$q_0q_1q_2$ \ i_0i_1	00	01	11	10	U
000	010	010	000	000	1
001	000	001	000	001	1
011	000	100	001	000	1
010	010	011	001	001	0
100	100	010	011	000	0

$D_0D_1D_2$

Si tratta di funzioni a 5 ingressi (3 di stato e 2 di ingressi principali), sintetizzate in modo indipendente con Karnaugh. Sarebbe anche possibile effettuare la sintesi utilizzando Quine McCluskey per funzioni a più uscite.

$q_0 = 0$

q_1q_2 \ i_0i_1	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	1	0	0
10	0	0	0	0

$q_0 = 1$

q_1q_2 \ i_0i_1	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	–	–	–	–
11	–	–	–	–
10	–	–	–	–

$D_0 = q_1q_2!i_0i_1 + q_0!i_0!i_1$

$q_0 = 0$

q_1q_2 \ i_0i_1	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	0	0

$q_0 = 1$

q_1q_2 \ i_0i_1	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	–	–	–	–
11	–	–	–	–
10	–	–	–	–

$D_1 = !q_0!q_2!i_0 + q_0!i_1$

$q_0 = 0$

q_1q_2 \ i_0i_1	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	0	0	1	0
10	0	1	1	1

$q_0 = 1$

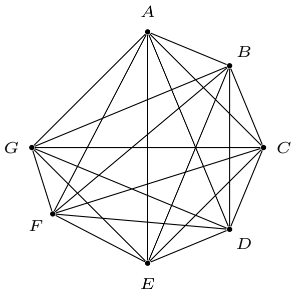
q_1q_2 \ i_0i_1	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	–	–	–	–
11	–	–	–	–
10	–	–	–	–

$$D_2 = !q_1q_2!i_0i_1 + !q_1q_2!i_0i_1 + q_1!q_2i_1 + \\ + q_1!q_2i_0 + q_1i_0i_1 + q_0i_0i_1$$

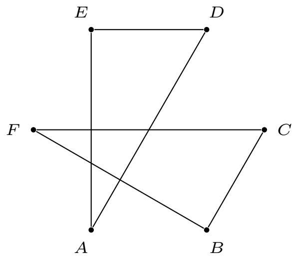
Quesito 5 (4 punti) Punteggio ottenuto: . . . /4

Tra i grafi sotto riportati (sono omessi gli eventuali vincoli) quali di questi possono essere relativi (motivare la risposta):

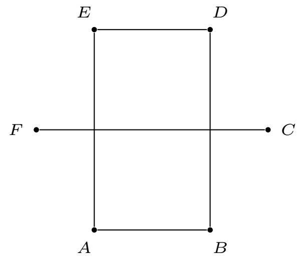
- **esclusivamente** ad un'analisi di equivalenza
- **esclusivamente** ad un'analisi di compatibilità
- sia ad un'analisi di equivalenza sia ad un'analisi di compatibilità



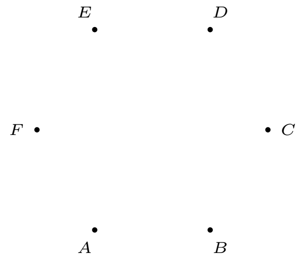
G1



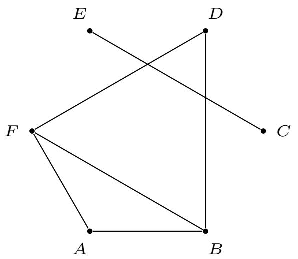
G2



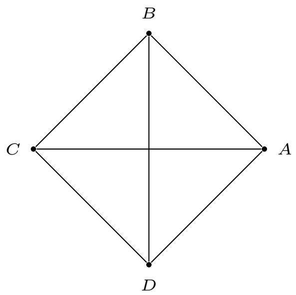
G3



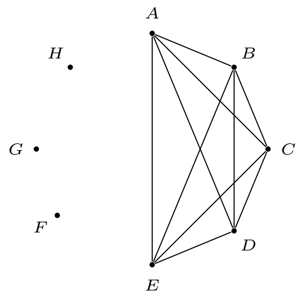
G4



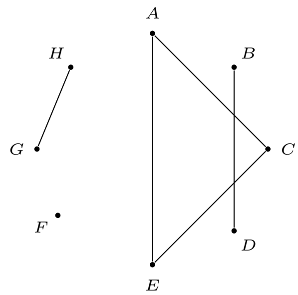
G5



G6



G7



G8

Traccia soluzione:I grafi appartengono ai gruppi individuati in questo modo:

- **esclusivamente** ad un'analisi di equivalenza: NESSUN GRAFO
- **esclusivamente** ad un'analisi di compatibilità: G3 G5
- sia ad un'analisi di equivalenza sia ad un'analisi di compatibilità: G1 G2 G4 G6 G7 G8

In generale, per la relazione di compatibilità non vale la proprietà, transitiva. Può però succedere che in una macchina, le relazioni di compatibilità tra gli stati siano tali per cui si ottengano tutti e soli sottografi completamente connessi, dando luogo ad una partizione degli stati (e ad un'unica macchina minima compatibile). In tal caso, il grafo che si ottiene è simile ad un grafo per l'analisi della relazione di indistinguibilità per macchine completamente specificate (ad eccezione dei vincoli, che però qui non sono riportati). Dunque, tali grafi potranno essere relativi ad un'analisi sia di equivalenza, sia di compatibilità (grafi G1 G2 G4 G6 G7 G8). Ne deriva, inoltre, che non esiste alcun grafo che possa essere relativo ad una esclusiva analisi di equivalenza.

D'altra parte, ogni qualvolta in un grafo, uno stato appartiene a più classi, questa non può essere che un'analisi di compatibilità (grafi G3 e G5).