Fondamenti di Segnali e Trasmissione (docente Laura Dossi) – A.A. 2008/2009
Esercizi svolti in data **10 novembre 2008**

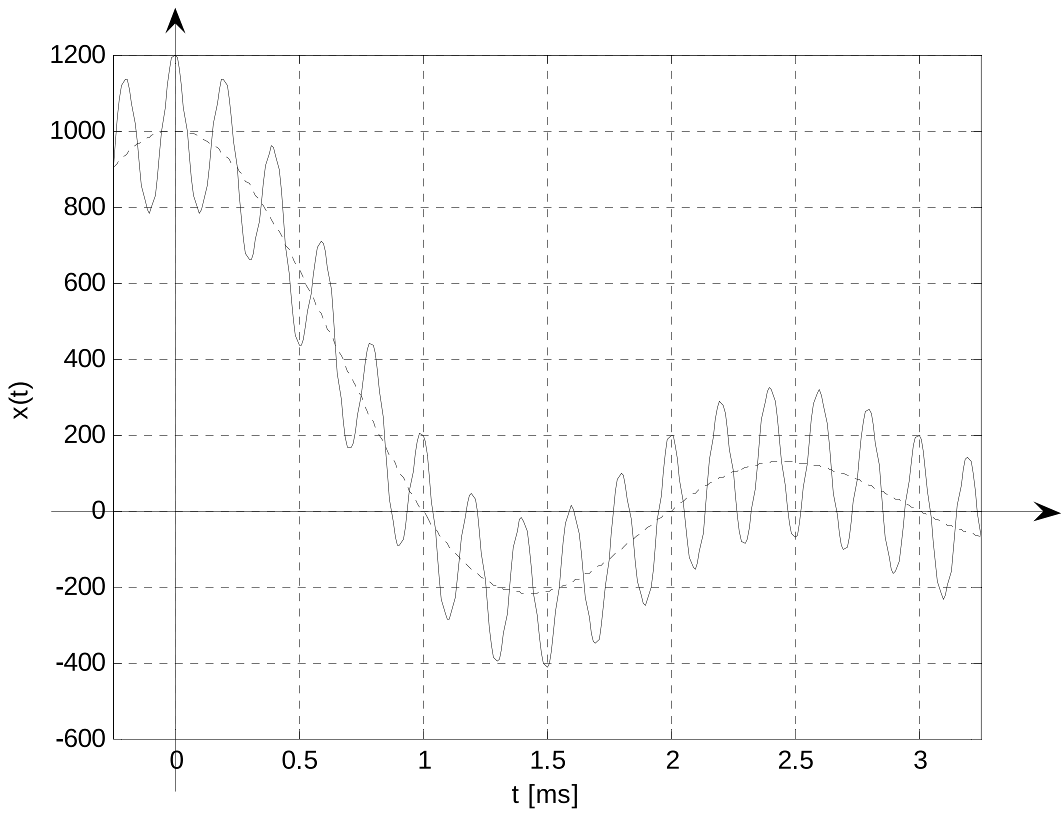
1. Il filtraggio con filtro ideale passabasso

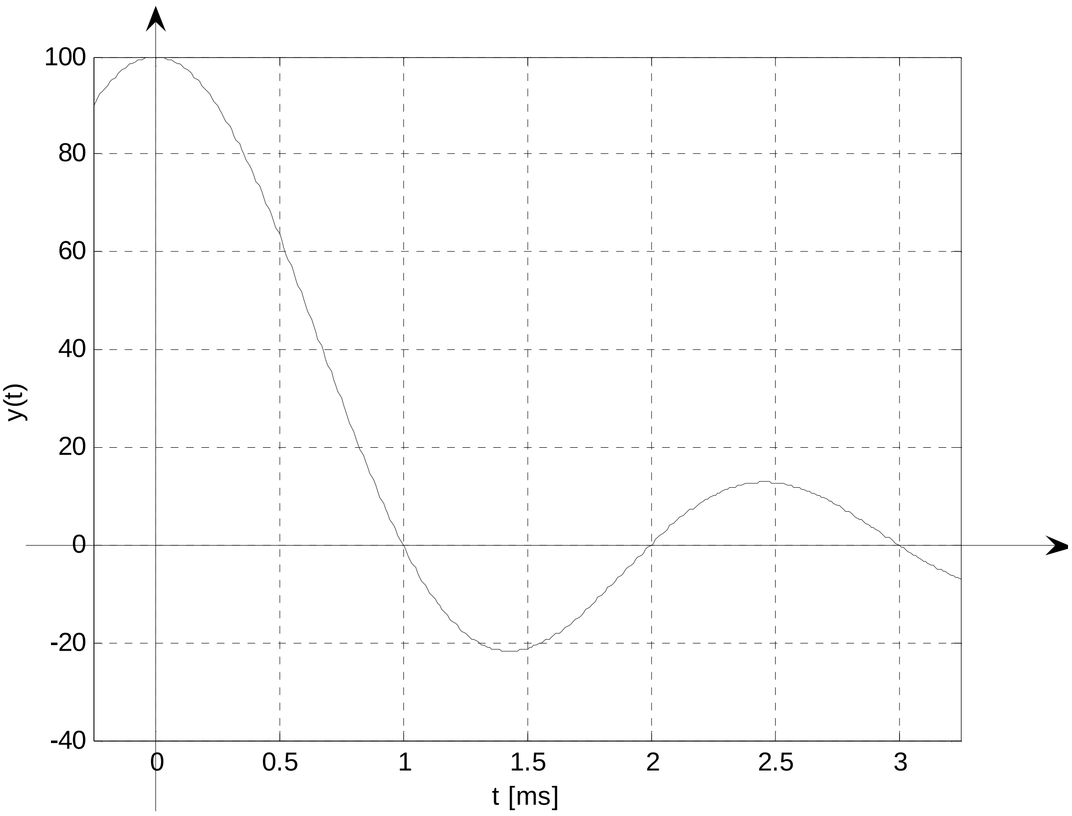
Il segnale x(t)= s(t) + n(t), con s(t)=1000 sinc(1000t) e n(t) =200cos(10000πt), entra in un filtro ideale passabasso con banda B=3kHz e attenuazione in banda γ=20dB.
Disegnare il segnale x(t) in ingresso e il segnale y(t) in uscita al filtro.

SOLUZIONE

La risposta in freqeunza del filtro H(f) e' un rettangolo pari con base 2B=6kHz e altezza H(0)=-20dB quindi in unita' lineari H(0)=$10^{-20/20}$=0.1.
La trasformata di Fourier del segnale in ingresso vale
X(f)=rect(f/1000)+100 δ(f-5000)+100 δ(f+5000).
Lo spettro del segnale in uscita si ricava dalla relazione Y(f) =X(f)H(f) = 0.1 rect(f/1000): il filtro passabasso ha eliminato le due funzioni "delta" centrate in +/-5000 Hz e ha moltiplicato per 0.1 le componenti spettrali con frequenza all'interno della banda.
Quindi Y(f)=0.1 rect(f./1000)=0.1 S(f) e facendo l'antitrasformata y(t)=0.1s(t): il filtro in questo caso ha eliminato la componente n(t) e ha attenutao di un fattore 10 l'ampiezza di s(t).

Grafici dei segnali in ingresso e in uscita al filtro





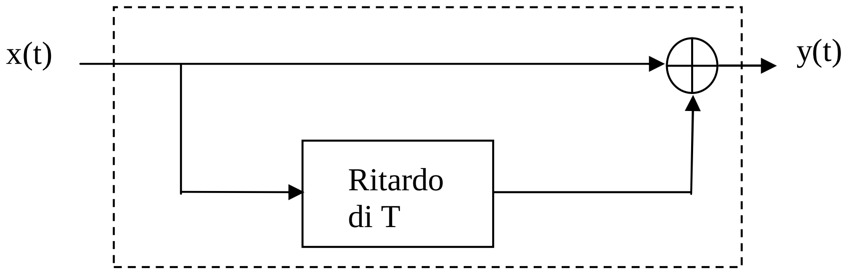
Attenzione: in questo esercizio il filtro si comporta in maniera ideale per la componente in ingresso s(t). Infatti, nella banda del segnale s(t), il filtro ha risposta in ampiezza costante e risposta in fase lineare con la freqeunza e passante per l'origine (la risposta in fase del sistema nell'esercizio vale 0 per ogni frequenza).
Invece, nei confronti del segnale complessivo x(t), che ha banda 5000Hz, il sistema non si comporta in maniera ideale, ma introduce **DISTORSIONE**, cioe' modifica la forma del segnale nel tempo.
La distorsione introdotta da un filtro (cioe' lo scostamento della sua risposta in frequenza dalle caratterisitiche ideali) si distingue in

- **DISTORSIONE DI AMPIEZZA**, quando la risposta in ampiezza del sistema non e' costante;
- **DISTORSIONE DI FASE**, quando la risposta in fase del sistema non e' lineare e non passa per l'origine o per il punto $(0,\pi)$.

Il sistema dell'esercizio introduce, sul segnale x(t) in ingresso, una distorsione di ampiezza e non una distorsione di fase.

2. Il calcolo della risposta in frequenza di un sistema di cui si conosce la legge di trasformazione.

Dato lo schema a blocchi del sistema in figura (schema che modellizza il collegamento in ponte radio, dove il segnale ricevuto e' somma di un cammino di propagazione diretto e di un cammino riflesso dalla superficie terrestre), determinarne la risposta in frequenza H(f) e disegnarne la risposta in ampiezza.



SOLUZIONE

La risposta all'impulso vale $\delta(t)=1+\delta(t\text{-}T)$.

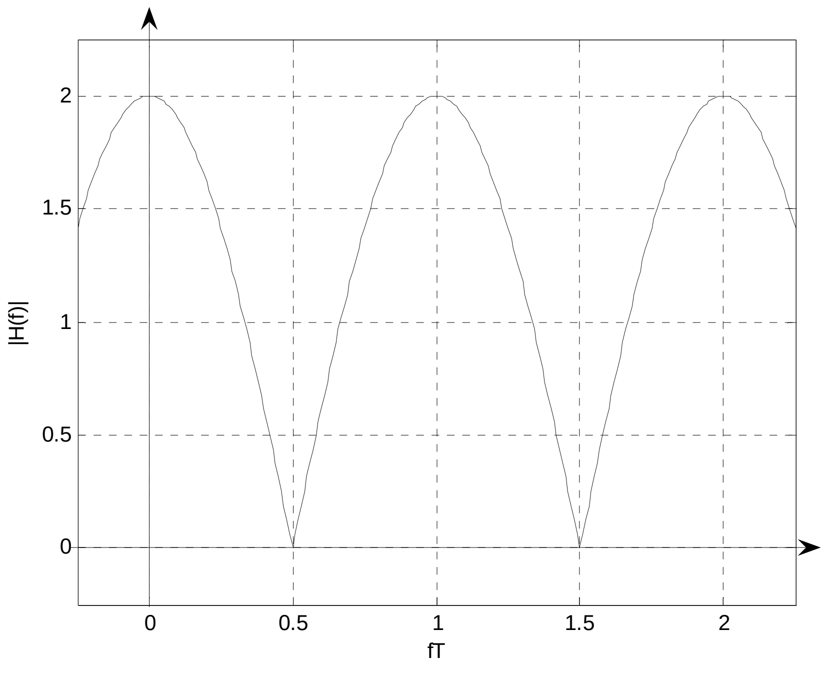
La risposta in frequenza e' la trasf. di Fourier della risposta all'impulso: $H(f)=1+e^{-j2\pi fT}$.

Si poteva ricavare H(f) anche calcolando lo spettro del segnale in uscita Y(f) in funzione di X(f), $Y(f)=X(f)+X(f)\,e^{-j2\pi fT}$ e poi calcolando il rapporto $H(f)=Y(f)/X(f)$.

Per determinare la risposta in ampiezza:

$|H(f)|^2=\mathrm{Re}\{H(f)\}^2+\ \mathrm{Im}\{H(f)\}^2=[1+\cos(2\pi fT)]^2\ +\ \mathrm{sen}(2\pi fT)^2=2+2\cos(2\pi fT)=$[applicando la relazione $\cos^2\alpha=0.5+0.5\cos(2\alpha)$]$=4\cos^2(\pi fT)$.

$|H(f)|=2|\cos(\pi fT)|$.



Un segnale in ingresso $x(t)=\cos(2\pi t/2T)$, cioe' un segnale sinusoidale con periodo 2T (e quindi con greuenxs 0.5/T), verra' annullato nel passaggio attraverso il sistema (infatti il ritardo T genera sul cammino ritardato una replica in controfase rispetto al cammino diretto). Invece un segnale $x(t)=\cos(2\pi t/T)$ con periodo T risulta amplificato di due (infatti il ritardo T genera una replica in fase rispetto al cammino diretto).