Progetto di Contatori sincroni

Definizioni caratteristiche

Contatori Binari Naturali

Contatori a codice e modulo liberi ad anello e ad anello incrociato

Contatori modulo diverso da 2^n

12/12/03

Introduzione

- Circuiti sequenziali speciali
  - Esiste una classe di circuiti sequenziali la cui progettazione potrebbe seguire il processo “classico” di sintesi ma che è più conveniente analizzare in altro modo.
    - La regolarità della struttura facilità la progettazione.
  - A questa classe appartengono:
    - Registri (già visti)
      - Memorizzano una definita quantità di informazione
      - Possono operare sul contenuto una o più semplici trasformazioni.
        - Shift destro/sinistro
        - Caricamento parallelo/seriale
    - **Contatori**
      - Attraversano ripetutamente un numero definito di stati
        - Contatori sincroni
        - Contatori asincroni (non trattati nel corso)

Contatori

- Un contatore è una rete *sequenziale* che, solitamente, riceve in ingresso solamente *un evento di conteggio* che sposta la posizione corrente in avanti - *upwards* – (o indietro - *downwards*) di una unità.
  - Il valore raggiunto è associato allo *stato presente*
    - Possono esistere altri ingressi di *controllo* per la realizzazione di contatori bidirezionali; il metodo di progetto cambia di poco

- Il contatore appartiene ad una famiglia di reti sequenziali "omogenee" caratterizzate da:
  - Specifiche di funzionamento analoghe per l'intera famiglia;
  - In molti casi, ripetitività e località della struttura.
  - Possibilità di descrizione della specifica semplificata rispetto alla generica tabella degli stati
  - Esistenza di tecniche di implementazione semplificate rispetto a quelle per le generiche reti sequenziali

Contatori – *definizioni caratteristiche*

- Un contatore è caratterizzato da:
  - Il *modulo M*
    - M individua il numero di simboli in uscita prodotti dal contatore, e di conseguenza il *periodo* del conteggio;
  - Il *codice*
    - E' l'insieme dei valori delle uscite utilizzati per rappresentare il valore del conteggio.
      - **A numero minimo di bit**: Il numero di tali bistabili è $\lceil \log_2 M \rceil$. (es: Gray, Binario Naturale)
      - **Altri codici**: se il codice è su *k* bit, converrà usare *k* bistabili anche se $k > \lceil \log_2 M \rceil$, per evitare di inserire una rete di transcodifica fra i bistabili e l'uscita del contatore. (es: 1-hot, parità)
  - La *codifica*
    - Definisce la successione degli M valori associati allo stato attraverso cui il contatore evolve.
      - Nota: la codifica dello stato è definita a priori
      - Es: M=4 - codice Gray(codice a numero minimo di bit) - codifica: S0=00 S1=01 S2=11 S3=10
      - Es: M=4 - codice Parità Pari (codice a numero non minimo di bit): codifica: S0=000 S1=011 S2=101 S3=110

Contatori sincroni e asincroni

- Oltre che per *modulo, codice e codifica*, i contatori si distinguono in *sincroni* e *asincroni*:
  - Contatore *sincrono*:
    - Tutti i bistabili ricevono simultaneamente in ingresso l'evento di conteggio;
      - Clock oppure Gated Clock (clock attraversa una rete combinatoria).
    - Le eventuali commutazioni sono tutte simultanee (*sincrone*), a parte modeste variazioni dovute alla propagazione attraverso le reti di eccitazione dei bistabili
  - Contatore *asincrono*:
    - Almeno un bistabile *non* riceve in ingresso il segnale di conteggio
    - La sua eventuale commutazione è comandata da quella degli altri bistabili e avverrà con un ritardo dovuto alla propagazione attraverso tali bistabili (oltre che alle reti combinatorie eventualmente presenti)
- Nel seguito si tratterà in dettaglio il progetto dei contatori sincroni.

Contatori sincroni: *Contatore Binario Naturale*

- Contatore binario (modulo 2^n)
  - Modulo: 2^n; Codice: A numero minimo bit; Codifica: Binaria Naturale
  - Bistabile utilizzato: T

Tabella delle transizioni e delle eccitazioni per M= 2^1

Q_0	Q_0^*
0	1
1	0

Q_0	T_0
0	1
1	1

Tabella delle transizioni e delle eccitazioni per M= 2^2

Q_1Q_0	$Q_1^*Q_0^*$
0 0	0 1
0 1	1 0
1 0	1 1
1 1	0 0

Q_1Q_0	T_1T_0
0 0	0 1
0 1	1 1
1 0	0 1
1 1	1 1

Tabella delle transizioni e delle eccitazioni per M= 2^3

$Q_2Q_1Q_0$	$Q_2^*Q_1^*Q_0^*$
0 0 0	0 0 1
0 0 1	0 1 0
0 1 0	0 1 1
0 1 1	1 0 0
1 0 0	1 0 1
1 0 1	1 1 0
1 1 0	1 1 1
1 1 1	0 0 0

$Q_2Q_1Q_0$	$T_2T_1T_0$
0 0 0	0 0 1
0 0 1	0 1 1
0 1 0	0 0 1
0 1 1	1 1 1
1 0 0	0 0 1
1 0 1	0 1 1
1 1 0	0 0 1
1 1 1	1 1 1

Contatori sincroni: *Contatore Binario Naturale*

L’analisi delle tabelle delle eccitazioni evidenzia la seguente regolarità ($M=2^4$):

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	T_3	T_2	T_1	T_0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

$T_0 \equiv 1$

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	T_3	T_2	T_1	T_0
0	0	0	**0**	0	0	**0**	1
0	0	0	**1**	0	0	**1**	1
0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

$T_1 = Q_0$

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	T_3	T_2	T_1	T_0
0	0	**0**	**0**	0	**0**	0	1
0	0	**0**	**1**	0	**0**	1	1
0	0	**1**	**0**	0	**0**	0	1
0	0	**1**	**1**	0	**1**	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

$T_2=Q_1*Q_0=Q_1*T_1$

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	T_3	T_2	T_1	T_0
0	**0**	**0**	**0**	**0**	0	0	1
0	**0**	**0**	**1**	**0**	0	1	1
0	**0**	**1**	**0**	**0**	0	0	1
0	**0**	**1**	**1**	**0**	1	1	1
0	**1**	**0**	**0**	**0**	0	0	1
0	**1**	**0**	**1**	**0**	0	1	1
0	**1**	**1**	**0**	**0**	0	0	1
0	**1**	**1**	**1**	**1**	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

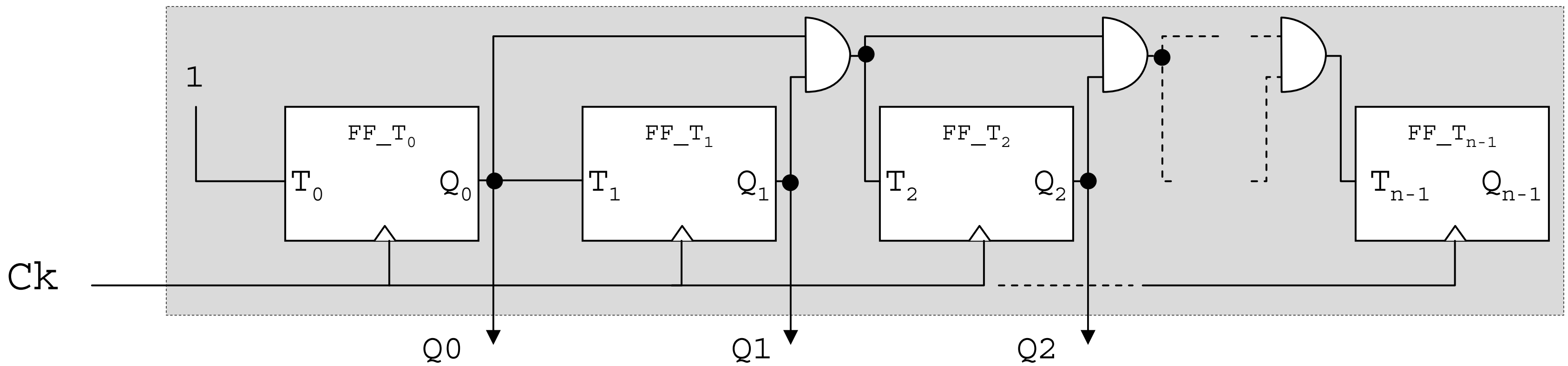
$T_3=Q_2*Q_1*Q_0=Q_2*T_2$

Contatori sincroni: *Contatore Binario Naturale*

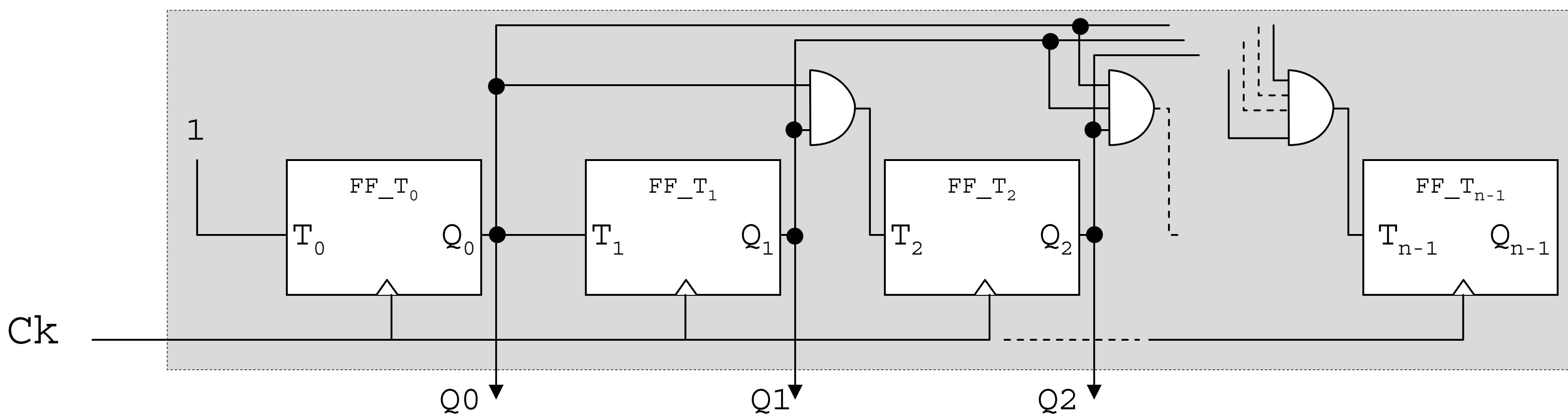
- Sono possibili due implementazioni per le funzioni di eccitazione:
  - Contatore serie: $T_0=1$; $T_1=Q_0$; $T_n=Q_{n-1}*T_{n-1}$
    - Tutti gli stadi, ad esclusione dei primi due, risultano perfettamente identici.
    - La regolarità della struttura è "pagata" con un maggior ritardo di propagazione (limita la frequenza di funzionamento).
    - Nota: la frequenza di funzionamento si riduce linearmente con la dimensione del contatore poiché T_i diventa stabile solo dopo che lo è diventato T_{i-1}.
  - Contatore parallelo: $T_0=1$; $T_1=Q_0$; $T_n=Q_{n-1}*Q_{n-2}*Q_{n-3}...*Q_0$
    - Schema molto semplice e regolare.
    - Minor ritardo di propagazione rispetto al caso precedente (frequenza di funzionamento maggiore rispetto al caso precedente).
    - Nota: la frequenza di funzionamento si riduce all'aumentare delle dimensioni del contatore a causa dell'aumento del numero degli ingressi alle porte AND.
- In generale, la regolarità deriva dal *ciclo di conteggio*: cambiando tipo di bistabile (es: FFD) le funzioni di eccitazione cambiano, ma la regolarità resta.

Contatori sincroni: *Contatore Binario Naturale*

- Contatore binario (modulo 2^n) serie:



- Contatore binario (modulo 2^n) parallelo:



Contatori sincroni: *Contatore Binario Naturale*

- Contatore binario (modulo 2^n)
  - Modulo: 2^n; Codice: A numero minimo bit; Codifica: Binaria Naturale
  - Bistabile utilizzato: D

Tabella delle eccitazioni per $M = 2^1$

Q_0	D_0
0	1
1	0

Tabella delle eccitazioni per $M = 2^2$

Q_1	Q_0	D_1	D_0
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0

Tabella delle eccitazioni per $M = 2^3$

Q_2	Q_1	Q_0	D_2	D_1	D_0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Contatori sincroni: *Contatore Binario Naturale*

L'analisi delle tabelle delle eccitazioni evidenzia la seguente regolarità ($M=2^4$):

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	D_3	D_2	D_1	D_0
0	0	0	**0**	0	0	0	**1**
0	0	0	**1**	0	0	1	**0**
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	D_3	D_2	D_1	D_0
0	0	**0**	**0**	0	0	**0**	1
0	0	**0**	**1**	0	0	**1**	0
0	0	**1**	**0**	0	0	**1**	1
0	0	**1**	**1**	0	1	**0**	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	D_3	D_2	D_1	D_0
0	**0**	**0**	**0**	0	**0**	0	1
0	**0**	**0**	**1**	0	**0**	1	0
0	**0**	**1**	**0**	0	**0**	1	1
0	**0**	**1**	**1**	0	**1**	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0

Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	D_3	D_2	D_1	D_0
0	**0**	**0**	**0**	**0**	0	0	1
0	**0**	**0**	**1**	**0**	0	1	0
0	**0**	**1**	**0**	**0**	0	1	1
0	**0**	**1**	**1**	**0**	1	0	0
0	**1**	**0**	**0**	**0**	1	0	1
0	**1**	**0**	**1**	**0**	1	1	0
0	**1**	**1**	**0**	**0**	1	1	1
0	**1**	**1**	**1**	**1**	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0

Parallelo $D_0=Q_0\oplus 1=Q_0'$ $D_1=Q_1\oplus Q_0$ $D_2=Q_2\oplus(Q_1*Q_0)$ $D_3=Q_3\oplus(Q_2*Q_1*Q_0)$

Serie $D_0=Q_0\oplus 1=Q_0'$ $D_1=Q_1\oplus Q_0$ $D_2=Q_2\oplus(Q_1*Q_0)=Q_2\oplus(Q_1*K_0)$ $D_3=Q_3\oplus(Q_2*K_1)$

Contatori sincroni: *codici e moduli liberi*

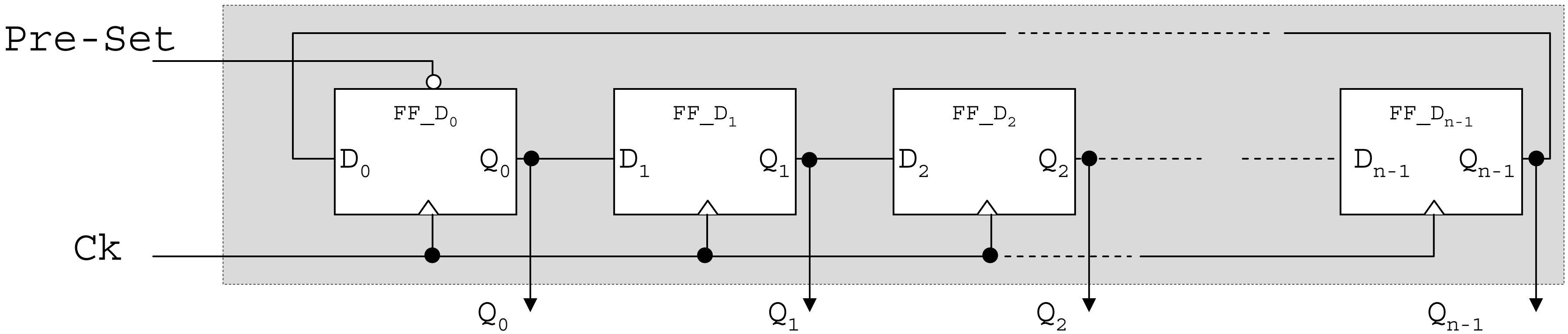
- Due casi diversi:
  - Progetto di contatori con modulo libero (2^n o diverso da 2^n), codice a numero **non** minimo bit e codifica **non** binaria naturale
    - Struttura regolare.
      - Contatori ad anello (*codice one-hot*)
      - Contatore ad anello incrociato
    - A struttura non regolare.
      - Si applica una metodologia di progetto semplificata rispetto a quella generale per le reti sequenziali
  - Progetto di contatori con modulo diverso da 2^n, codice a numero minimo bit e codifica binaria naturale
    - A struttura non regolare.
      - Si applica una metodologia di progetto semplificata rispetto a quella generale per le reti sequenziali;

Contatori sincroni: *codici e moduli liberi*

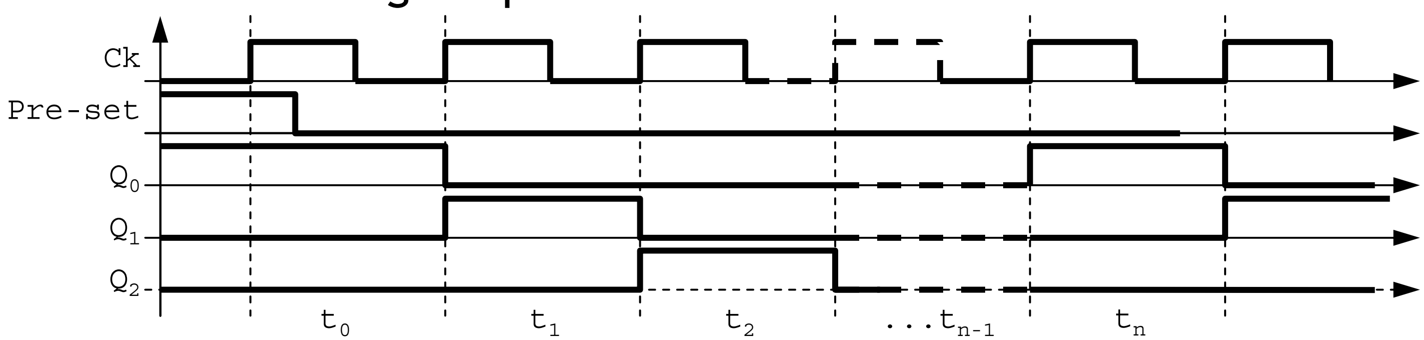
- Contatore "ad anello"
  - Modulo: n; Codice: *One hot*; Codifica: 2^k
  - Bistabile utilizzato: D
  - Codice *one-hot*:
    - In ogni codifica valida uno e un solo bit assume valore 1, tutti gli altri valgono 0;
    - Per codificare *n* informazioni diverse occorrono *n* bit
      - il codice non è a numero minimo di bit.
    - Esempio: i numeri da 0 a 3 sono codificati come:
      - 0 = 0001 (2^0)
      - 1 = 0010 (2^1)
      - 2 = 0100 (2^2)
      - 3 = 1000 (2^3)
      - esiste una corrispondenza 1-a-1 fra l'entità codificata e la posizione dell'unico 1 nella codifica.

Contatori sincroni: *codici e moduli liberi*

- Contatore "ad anello" (*ring counter*) modulo n:
  - È un registro a scorrimento con riporto tra stadio iniziale e finale



  - Il valore del FFD0 viene posto a 1 prima dell'inizio del conteggio; i rimanenti FFD vengono posti a 0.



Contatori sincroni: *codici e moduli liberi*

- Il contatore “ad anello” ha una struttura ad alto costo ma molto semplice, compatta e veloce
  - il numero di bistabili è molto più elevato del minimo e cresce linearmente.
- Viene utilizzato, ad esempio, in applicazioni nelle quali si deve abilitare uno e un solo sottosistema; il contatore svolge il ruolo di unità di controllo.
  - Lo stato di ogni bistabile del contatore costituisce immediatamente il segnale di controllo e non occorre alcuna rete di transcodifica.
  - Se gli stati del contatore sono n, le linee di segnale che si inviano ai sottosistemi controllati sono ancora n.
    - Nota: l’uso di un contatore con un codice a numero minimo bit – es., binario naturale – richiederebbe una rete di *transcodifica* che per ogni stato del contatore generasse un valore attivo su una sola delle n linee di segnale in uscita (rete combinatoria con $k = \lceil \log n \rceil$ ingressi e n uscite); la rete di transcodifica, al crescere di n, avrebbe costi crescenti e introdurrebbe crescenti ritardi di propagazione

Contatori sincroni: *codici e moduli liberi*

- Contatore “ad anello incrociato”
  - Modulo: 2*n (nota: sempre pari);
  - Codice e Codifica (esempio):

	Q_1	Q_0	Q_1^*	Q_0^*
0	0	0	0	1
1	0	1	1	1
2	1	1	1	0
3	1	0	0	0

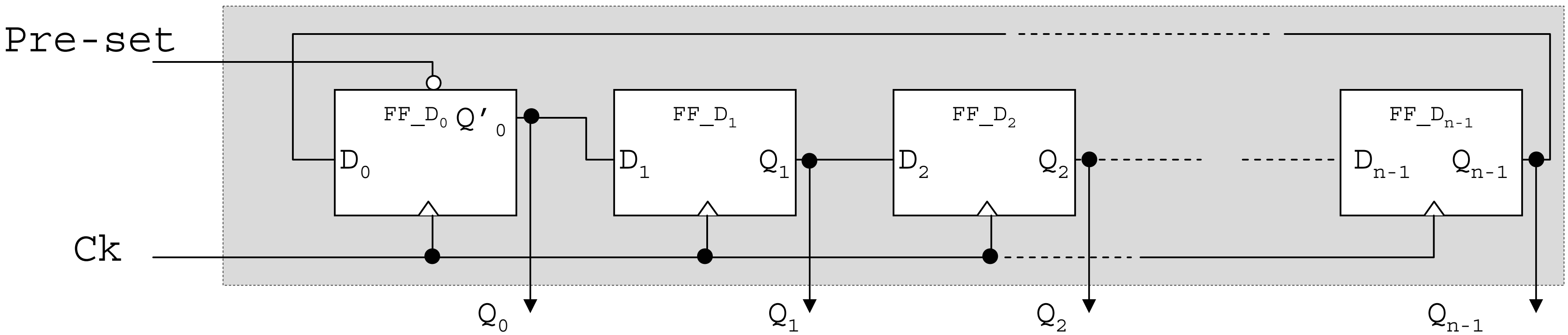
	Q_2	Q_1	Q_0	Q_2^*	Q_1^*	Q_0^*
0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1
2	0	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	0
4	1	1	0	1	0	0
5	1	0	0	0	0	0

	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	Q_3^*	Q_2^*	Q_1^*	Q_0^*
0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1	1
2	0	0	1	1	0	1	1	1
3	0	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	0
5	1	1	1	0	1	1	0	0
6	1	1	0	0	1	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0	0

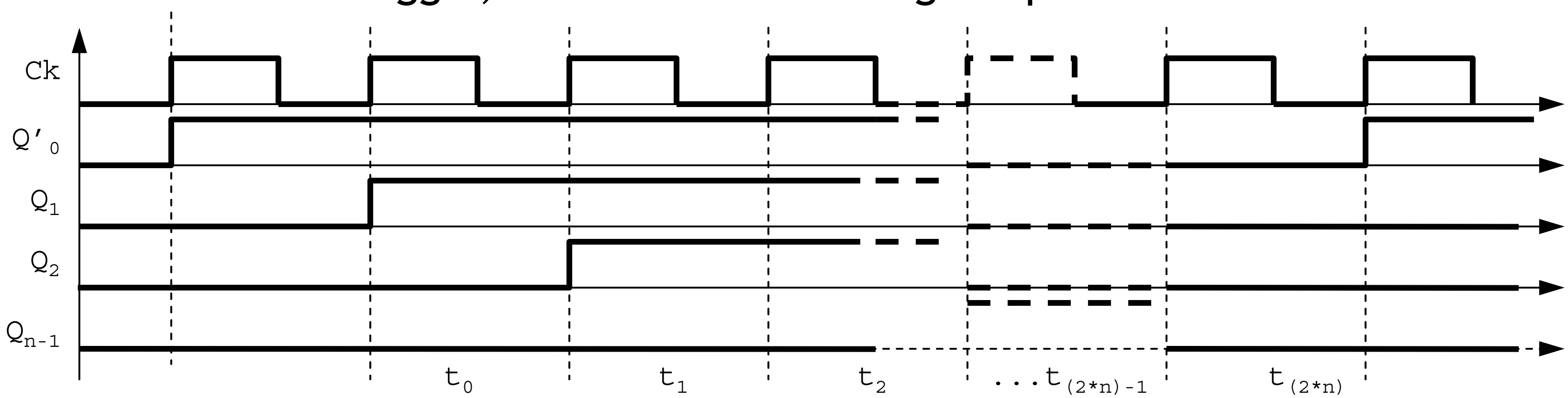
  - Bistabile utilizzato: D
  - Per codificare 2**n* informazioni diverse occorrono *n* bit
    - Il codice non è a numero minimo di bit.
  - Svantaggi principali: modulo sempre pari, codice e codifica senza particolare campo di applicabilità
  - Vantaggio principale: distanza di Hamming unitaria, prestazioni elevate, meno elementi di memoria rispetto al contatore ad anello

Contatori sincroni: *codici e moduli liberi*

- Contatore “ad anello incrociato” modulo 2*n:



  - Il valore del FFD_0 viene inizializzato a 1 (quindi Q'_0 vale 0) prima dell’inizio del conteggio; i rimanenti FFD vengono posti a 0.



Contatori sincroni: *codici e moduli liberi*

- Contatore modulo diverso da 2^n: Esempio1.
  - Modulo: 6; Codice: A numero minimo bit; Codifica: Binaria Naturale
  - Bistabile utilizzato: T

Tabella delle transizioni e delle eccitazioni per M= 6

$Q_2Q_1Q_0$	$Q_2^*Q_1^*Q_0^*$
0 0 0	0 0 1
0 0 1	0 1 0
0 1 0	0 1 1
0 1 1	1 0 0
1 0 0	1 0 1
1 0 1	0 0 0

$Q_2Q_1Q_0$	$T_2T_1T_0$
0 0 0	0 0 1
0 0 1	0 1 1
0 1 0	0 0 1
0 1 1	1 1 1
1 0 0	0 0 1
1 0 1	1 0 1

$T_2=Q_1*Q_0 + Q_2*Q_0$
$T_1=Q_2'*Q_0$
$T_0=1$

Nota: le equazioni derivano dalla sintesi delle tre funzioni combinatorie T_0, T_1 e T_2

Contatori sincroni: *codici e moduli liberi*

- Contatore modulo diverso da 2^n: Esempio2.
  - Modulo: 10; Codice: A numero minimo bit; Codifica: Binaria Naturale (Contatore *BCD* o *Decadico*)
  - Bistabile utilizzato: T

Tabella delle transizioni e delle eccitazioni per M= 10

$Q_3Q_2Q_1Q_0$	$Q_3^*Q_2^*Q_1^*Q_0^*$
0 0 0 0	0 0 0 1
0 0 0 1	0 0 1 0
0 0 1 0	0 0 1 1
0 0 1 1	0 1 0 0
0 1 0 0	0 1 0 1
0 1 0 1	0 1 1 0
0 1 1 0	0 1 1 1
0 1 1 1	1 0 0 0
1 0 0 0	1 0 0 1
1 0 0 1	0 0 0 0

$Q_3Q_2Q_1Q_0$	$T_3T_2T_1T_0$
0 0 0 0	0 0 0 1
0 0 0 1	0 0 1 1
0 0 1 0	0 0 0 1
0 0 1 1	0 1 1 1
0 1 0 0	0 0 0 1
0 1 0 1	0 0 1 1
0 1 1 0	0 0 0 1
0 1 1 1	1 1 1 1
1 0 0 0	0 0 0 1
1 0 0 1	1 0 0 1

$T_3=Q_3*Q_0+Q_2*Q_1*Q_0$
$T_2=Q_1*Q_0$
$T_1=Q_3'*Q_0$
$T_0=1$

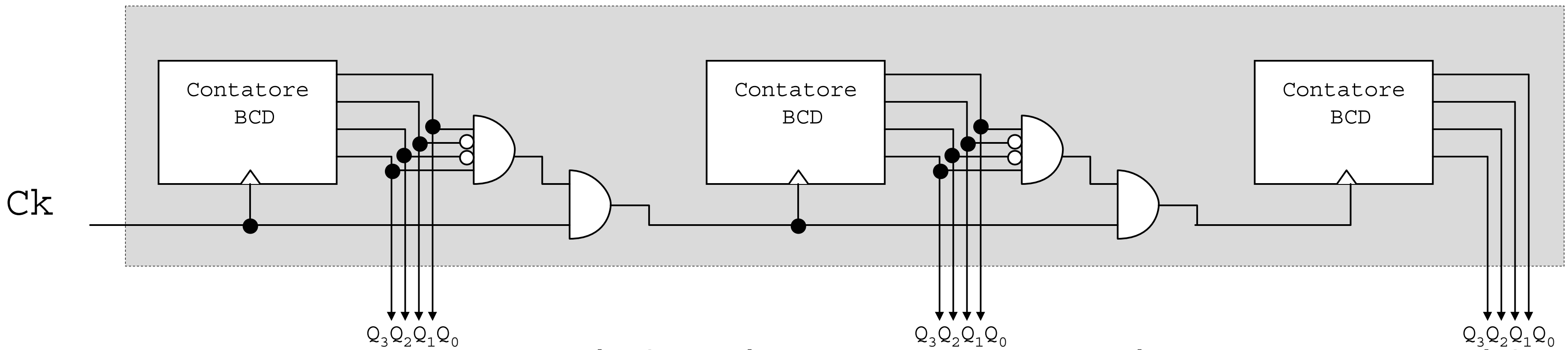
Nota: In modo analogo si potrebbe ottenere la realizzazione mediante FFD.
$D_0=Q_0'$
$D_1=Q_3'*Q_1'*Q_0+Q_3'*Q_1*Q_0'$
$D_2=Q_3'*Q_2'*Q_1*Q_0+Q_2*Q_0'+Q_2*Q_1'$
$D_3=Q_3*Q_1'+Q_2*Q_1*Q_0$

Contatori sincroni: *Composizione di contatori*

- É possibile realizzare contatori per moduli elevati partendo da contatori più semplici
  - Esempio: realizzare un contatore a k cifre decimali utilizzando K blocchi del contatore decadico (Mod-10 ([0..9]));
- Ogni sotto-contatore genera un segnale di overflow (*carry*) che, quando raggiunge valore 1, consente al clock di attivare il sotto-contatore collegato ad esso in cascata.
- La condizione di overflow è quella indicata dalla ultima configurazione di stato presente prodotta dal contatore a valle.
  - Esempio: nel contatore BCD, la condizione di traboccamento è `1001` che corrisponde a $f(Q_3,Q_2,Q_1,Q_0)=Q_3*Q_2'*Q_1'*Q_0$
- Il modulo del contatore complesso è il prodotto dei moduli.
  - Esempio: Due contatori Mod-2 e Mod-5 possono produrre un contatore decadico.

Contatori sincroni: *Composizione di contatori*

- Esempio: contatore BCD a 3 Cifre (Mod-1000)



- Esempio: contatore Mod-12 mediante composizione di un contatore Mod-2 e un contatore Mod-6 (la versione a destra è più costosa e lenta).