



Sintesi Sequenziale Sincrona

Sintesi Comportamentale di Reti Sequenziali Sincrone

Riduzione del numero degli stati per Macchine Non Completamente Specificate

Compatibilità

Versione del 9/12/03



Macchine non completamente specificate

- Sono macchine in cui per alcune configurazioni degli ingressi e dello stato presente non sono specificati gli stati prossimi e/o le configurazioni d'uscita
- La **riduzione del numero degli stati** in macchine non completamente specificata è ricondotta alla individuazione di una **macchina minima che copre** (compatibile con) quella data
- Il metodo di riduzione è simile a quello per macchine completamente specificate ma si basa sulla proprietà di **compatibilità** tra stati, invece che su quella di indistinguibilità.



Macchine non completamente specificate: sequenza di ingresso applicabile e stati compatibili

Data una macchina non completamente specificata:

- una **sequenza di ingresso** si dice **applicabile** a partire da uno stato s_i se:
 - la funzione stato prossimo δ è specificata per ogni simbolo d'ingresso della sequenza, tranne al più l'ultimo

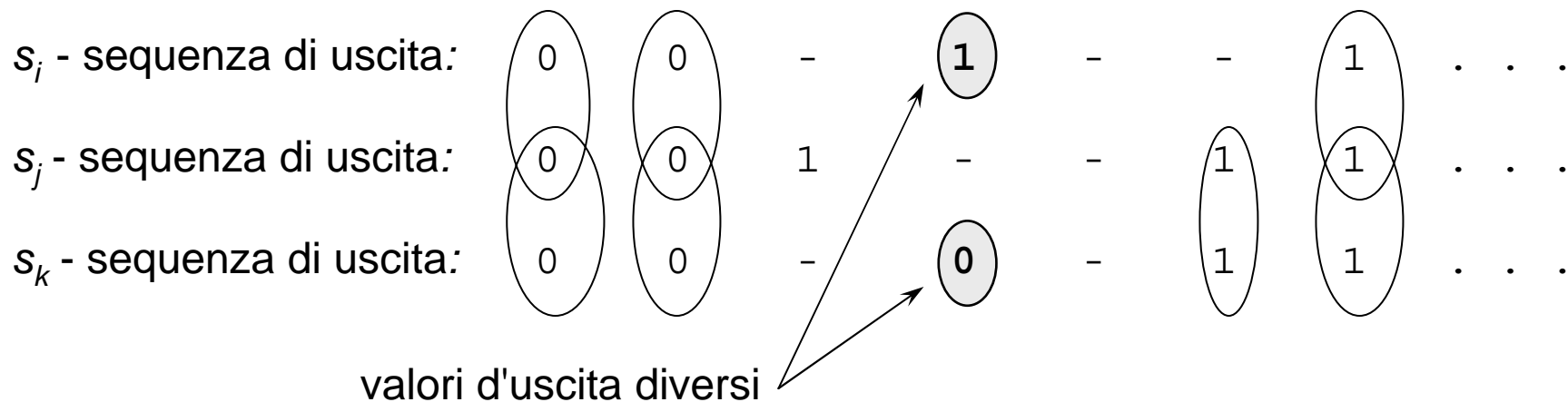
- Due stati s_i e s_j di una macchina M si dicono **compatibili** se
 - partendo da s_i e da s_j
 - usando ogni possibile sequenza di ingresso **applicabile** I_α
 - si ottengono le stesse sequenze d'uscita *ovunque queste siano specificate*

- La compatibilità tra s_i e s_j si indica con: $s_i \vee s_j$



Macchine non completamente specificate: compatibilità

- La **compatibilità** è una relazione meno forte di quella di **indistinguibilità**
- Non vale la **proprietà transitiva** cioè se $s_i \vee s_j$ e $s_j \vee s_k$ può non essere $s_i \vee s_k$. Quindi la compatibilità **non è** una relazione di **equivalenza**
- Ad esempio, $s_i \vee s_j$ e $s_j \vee s_k$ ma $\!s_i \vee s_k$:





Riduzione del numero degli stati: stati compatibili

- La *regola di Paull - Unger* è stata estesa per trattare il caso delle macchine non completamente specificate
- Due stati sono *compatibili* se e solo se, per ogni simbolo di ingresso i_α valgono le seguenti relazioni:
 1. $\lambda (s_i, i_\alpha) = \lambda (s_j, i_\alpha)$ e
 - I valori di uscita sono identici se ambedue specificati
 - se uno o entrambi non sono specificati l'uguaglianza si ritiene soddisfatta
 2. $\delta (s_i, i_\alpha) \vee \delta (s_j, i_\alpha)$
 - gli stati prossimi sono compatibili se ambedue specificati
 - se uno o entrambi non sono specificati la compatibilità si ritiene soddisfatta



Riduzione del numero degli stati: compatibilità e regola di Paull-Unger

- Poiché gli insiemi S e I hanno cardinalità finita, l'analisi di tutte le coppie di stati può portare ad una delle tre condizioni
 1. $s_i \nabla s_j$
 - Se i simboli d'uscita sono diversi e/o
 - Se gli stati prossimi sono già stati verificati come non compatibili
 2. $s_i \vee s_j$
 - Se i simboli d'uscita sono uguali e
 - Se gli stati prossimi sono già stati verificati come compatibili
 3. Insieme di coppie di stati che devono essere compatibili affinché la coppia in oggetto sia compatibile (**compatibilità condizionate**)



Riduzione del numero degli stati: tabella delle implicazioni

- Le relazioni di compatibilità si identificano con la **Tabella delle Implicazioni** che viene costruita come nel caso della indistinguibilità
 - L'analisi della tabella consente di propagare le incompatibilità, ma non di risolvere i vincoli di compatibilità condizionata. Quindi al termine dell'analisi, ogni elemento contiene:
 - Il simbolo di non compatibilità, se gli stati corrispondenti non sono compatibili
 - Il simbolo di compatibilità, se gli stati corrispondenti sono compatibili
 - Le coppie di stati che devono essere compatibili affinché la coppia in oggetto sia compatibile (**vincoli**)
 - Poiché la relazione di compatibilità **non è transitiva**, non si può concludere che tutte le **compatibilità** sono soddisfatte. I **vincoli** vanno mantenuti per la costruzione delle **classi di compatibilità**
 - Le classi di compatibilità si costruiscono esaminando il **grafo delle compatibilità**, che riporta le compatibilità **condizionate** e quelle incondizionate
-



Riduzione del numero degli stati: *Esempio*

Tabella degli stati

	0	1
a	e/0	a/0
b	d/0	b/0
c	e/-	c/-
d	a/1	a/1
e	a/-	b/-

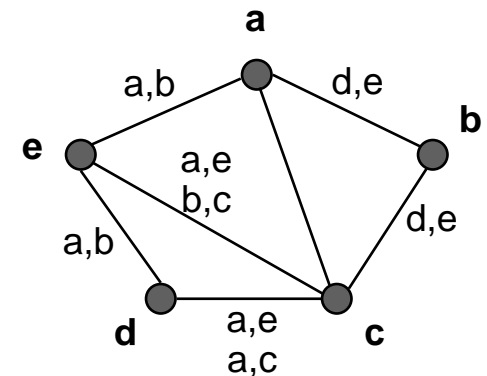


Tabella delle implicazioni

b	de			
c	v	de		
d	x	x	ae ac	
e	ab	ad	ae bc	ab
	a	b	c	d



Grafo delle compatibilità





Riduzione del numero degli stati: classi di compatibilità

□ *Classe di compatibilità:*

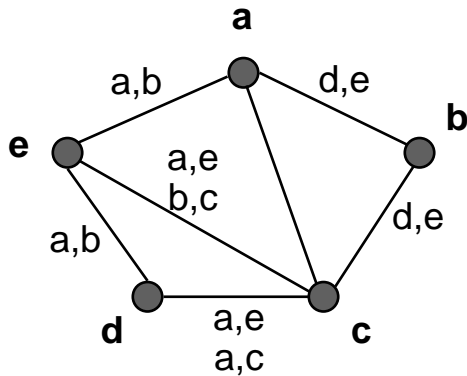
- Insieme di stati compatibili fra di loro a coppie
- Sul grafo di compatibilità una classe di compatibilità è rappresentata da un *sottografo completo*
- le classi di compatibilità non generano una partizione tra gli stati (*non sono disgiunte*): uno stato può appartenere a più di una classe

□ *Classe di massima compatibilità:*

- Classe di compatibilità non contenuta in nessun'altra classe
- Una classe di massima compatibilità è individuata sul grafo da un *sottografo completo non contenuto in nessun altro sottografo*



Riduzione del numero degli stati: classi di compatibilità - esempio



- *Classi di compatibilità:*
 - ab, ac, ae, bc, ce, cd, de, abc, aec, dec
- *Classi di massima compatibilità:*
 - abc, aec, dec



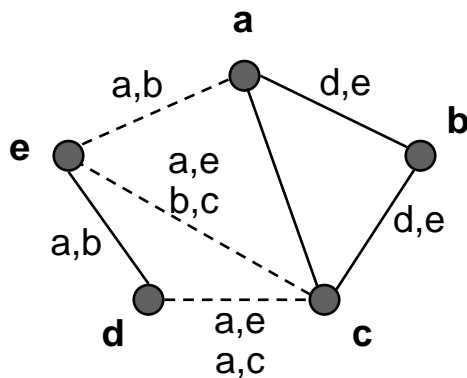
Riduzione del numero degli stati: Insieme chiuso di classi di compatibilità

□ *Insieme chiuso di classi di compatibilità:*

- Per ogni classe dell'insieme deve valere la seguente relazione:
 - per ogni simbolo di ingresso,
 - data una classe dell'insieme, e un simbolo di ingresso, **l'insieme degli stati futuri** relativi è **contenuto in una stessa classe** (almeno) dell'insieme (cioè tutti i vincoli sono rispettati)

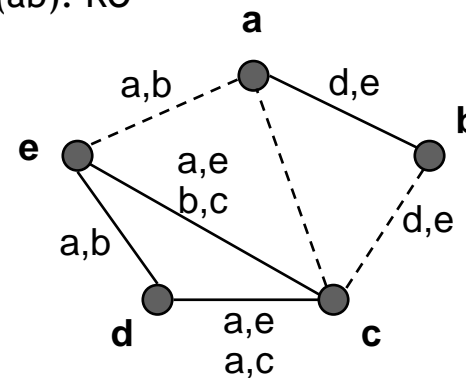
Insieme (abc), (ed): **chiuso**

- da (abc) con 0 vado in (ed), con 1 in (abc): OK
- da (ed) con 0 vado in (a), con 1 in (ab): OK



Insieme (ab), (ced): **NON chiuso**

- da (ab) con 0 vado in (ed), con 1 in (ab): OK
- da (ced) con 0 vado in (e) e (a): KO, con 1 in (c) e (ab): KO





Riduzione del numero degli stati: copertura della macchina

- Data una macchina M e il suo insieme di classi di compatibilità, la macchina M' il cui **insieme degli stati** è costituito da un **insieme chiuso delle classi di compatibilità di M** (che include tutti gli stati di M) **copre M**

- Per costruzione, il comportamento di M' è compatibile con quello di M e cioè,
 - Partendo da un qualsiasi stato di M , ne esiste uno in M' tale che
 - Per ogni sequenza di ingresso applicabile a entrambi, le sequenze di uscita sono identiche ogni volta che l'uscita di M è specificata

- Il problema della **minimizzazione del numero di stati** di una macchina non completamente specificata equivale quindi a:
 - Trovare il **più piccolo insieme chiuso di classi di compatibilità** che **coprono tutti gli stati della macchina**



Riduzione del numero degli stati: copertura e minimizzazione

- L'insieme di **tutte le classi di massima compatibilità** è **chiuso** e **copre** l'insieme S degli stati
- Associando un nuovo stato ad una classe di massima compatibilità si ottiene una nuova macchina con un numero di stati:
 - Possibilmente minore di quello della macchina di partenza
 - **Non necessariamente minimo**
- Il numero di classi di massima compatibilità è il **limite superiore al numero degli stati ridotto**
- In genere, **la macchina minima non è unica**. Gli algoritmi esaustivi per identificare la macchina minima partono tutti dall'insieme delle classi di compatibilità massime



Riduzione del numero degli stati: ricerca delle classi di massima compatibilità

- La definizione delle classi di massima compatibilità può avvenire individuando direttamente sul grafo tutti i più grandi sottografi completi
- Esistono diversi algoritmi specifici per l'individuazione di tutte le classi di massima compatibilità che utilizzano la **tabella delle implicazioni** considerando tutte e sole le **incompatibilità**.
- Costruzione della funzione per il test di compatibilità (simile al metodo di Petrik per determinare la copertura in Quine-McCluskey quando si arriva alla tabella ciclica)
- **Costruzione, per colonne o per righe, dell'albero dei compatibili massimi**



Ricerca delle classi di massima compatibilità

Albero dei compatibili massimi per colonne

- Premesse
- La radice dell'albero è costituita da tutti gli stati della macchina (elencati secondo l'ordine presente nella tabella delle implicazioni)
- Ogni **nodo è costituito** da un **elenco di stati possibilmente compatibili**
- Ogni stato della macchina genera un livello nell'albero
- I nodi di un certo livello sono costituiti da un elenco di stati per i quali la compatibilità è già stata verificata per tutti gli stati in elenco corrispondenti ai livelli dell'albero al momento costruito
- Se un nodo è costituito da stati tutti già analizzati, tranne al più l'ultimo, allora l'analisi relativa a quel nodo è terminata e **il nodo è una foglia dell'albero**
- Se un nodo è costituito da un insieme di stati già ricompresi in un altro nodo dello stesso livello, il nodo può essere eliminato



Ricerca delle classi di massima compatibilità

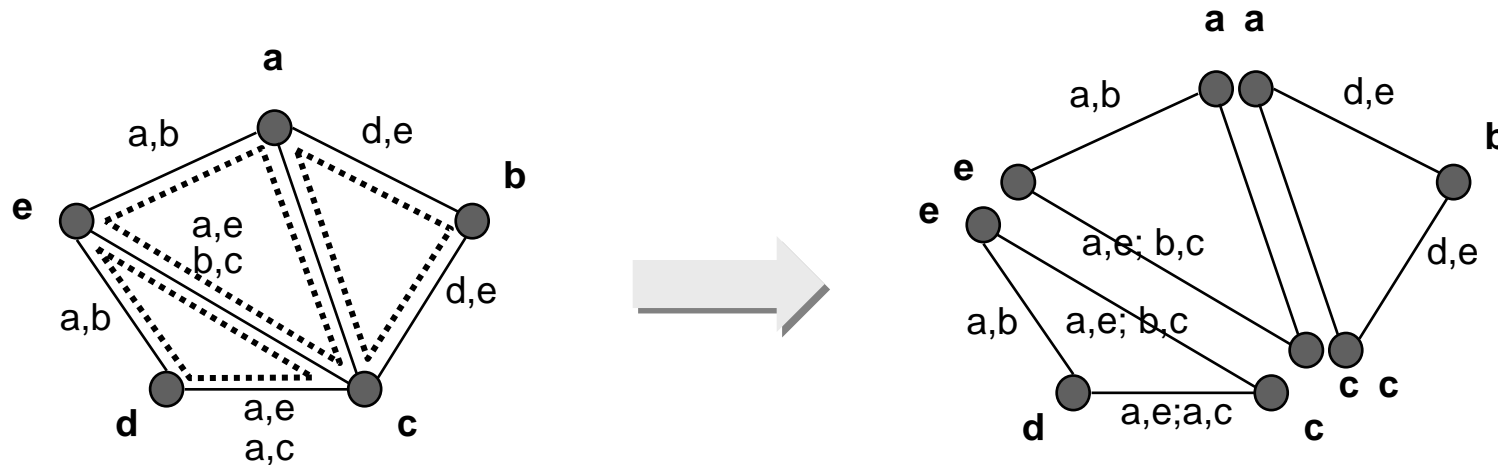
Albero dei compatibili massimi per colonne

La costruzione dell'albero avviene secondo queste linee guida

- Dalla radice vengono costruiti 2 nuovi nodi, derivanti **dall'esame del primo stato a sinistra** dell'elenco che costituisce la radice stessa
 - Il **nodo a sinistra** è costituito **da tutti gli stati della radice tranne lo stato corrente (all'inizio il primo stato dell'elenco)**
 - Il **nodo a destra** contiene **lo stato in esame, cioè il primo (quelli precedenti, se esistono) e tutti i successivi ad esso compatibili** (derivati dalla colonna corrispondente allo stato in esame, nella tabella delle implicazioni che riporta le sole incompatibilità)
- Terminata la generazione dei nodi di un livello, si passa ad esaminare lo **stato successivo** dell'elenco costruendo quindi un **nuovo livello** dell'albero
- Ad ogni livello aggiunto nell'albero si esamina uno stato e si costruiscono due sotto-alberi per ogni nodo già presente, sempre secondo le modalità **sinistra-destra**
- Il procedimento **termina**, quando si sono esaminati **tutti gli stati**, tranne l'ultimo dell'elenco di partenza
- Le **foglie dell'albero** rappresentano i **compatibili massimi**



Classi di compatibilità massima - *Esempio di derivazione dal grafo*

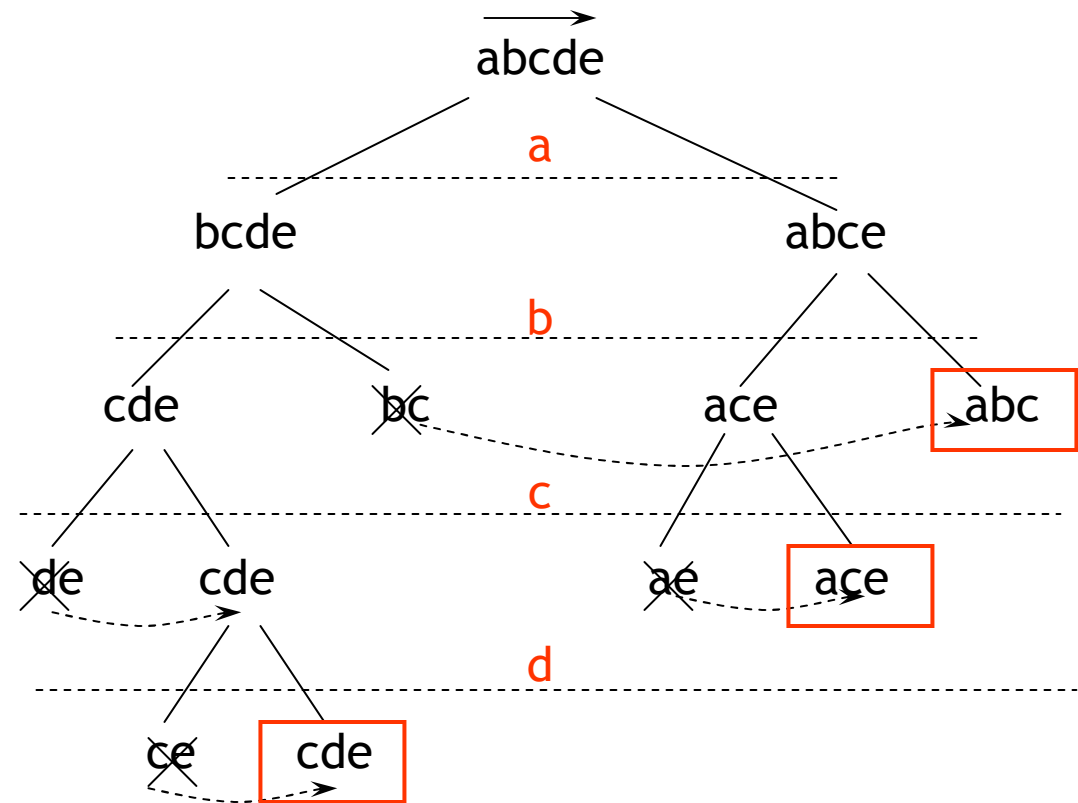


- Classi di massima compatibilità:
 - $\{a, b, c\}$
 - $\{a, c, e\}$
 - $\{c, d, e\}$
- Una copertura ammissibile è data dall'insieme delle classi di massima compatibilità: tale copertura non è necessariamente minima



Classi di compatibilità massima - *Esempio di derivazione dall'albero*

b	de			
c	v	de		
d	x	x	ae ac	
e	ab	ad	ae bc	ab
	a	b	c	d



- Classi di massima compatibilità: $\{a, b, c\}$, $\{a, c, e\}$, $\{c, d, e\}$



Riduzione del numero degli stati: **ricerca di una copertura minimale**

- La mancanza di disgiunzione tra le classi di massima compatibilità non consente di definire metodi esatti per la minimizzazione. Si utilizza un'euristica.

- Ricerca di un insieme chiuso di classi di compatibilità che coprono la macchina a stati non completamente specificata
 - L'algoritmo *greedy* proposto consente di trovare una **copertura della macchina** a stati **tramite un insieme chiuso di classi** di compatibilità di cardinalità **non superiore al numero di classi di massima compatibilità**
 - La formulazione proposta lavora sul grafo di compatibilità e considera le classi di massima compatibilità



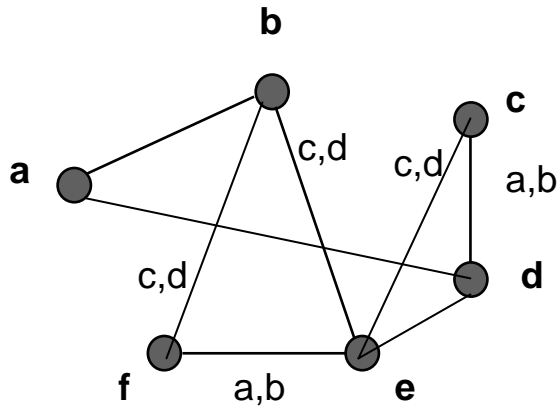
Ricerca di una copertura minimale

1. Inizializzare una lista $L1$ vuota
2. Finchè il grafo non è vuoto:
 - a. Individuare e ordinare le classi di massima compatibilità presenti sul grafo per dimensione
 - b. Individuare la classe di compatibilità massima di dimensione massima presente sul grafo
 - c. Inserire nella lista $L1$ tutti i vincoli presenti nella classe di compatibilità considerata
 - d. Eliminare dalla lista $L1$ e dal grafo i vincoli soddisfatti dalla classe considerata
 - e. Eliminare dal grafo tutti i nodi (ed i relativi archi) appartenenti alla classe di compatibilità considerata che non appartengono a nessun vincolo presente nella lista $L1$ e/o nel grafo
3. Le classi così individuate formano una partizione di compatibilità (insieme di classi di compatibilità chiuso)



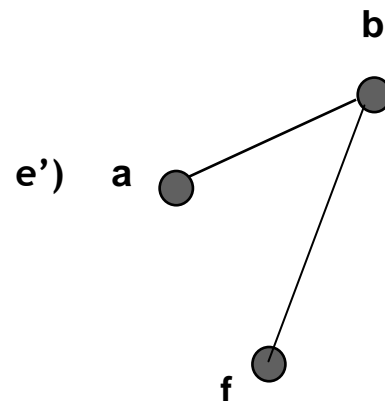
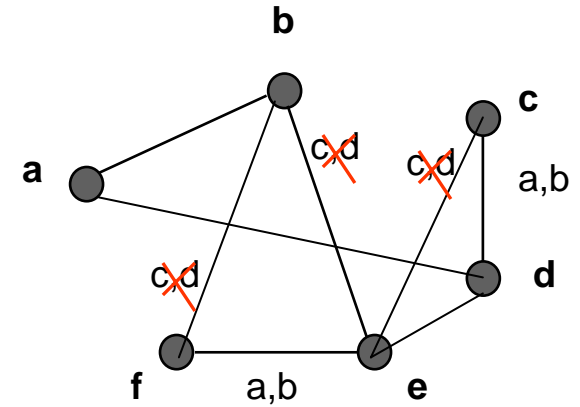
Algoritmo di ricerca - *Esempio*

Grafo di partenza Passo 1



Passo 1

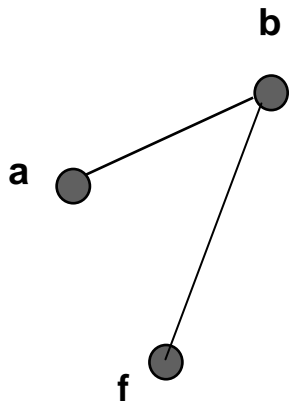
- a') cde, bfe, ab, ad
- b') **cde**
- c') L1= ab, cd
- d') L1= ab





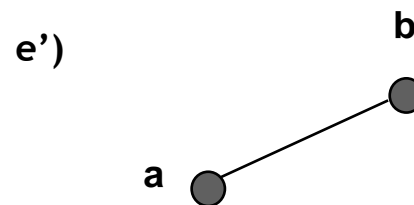
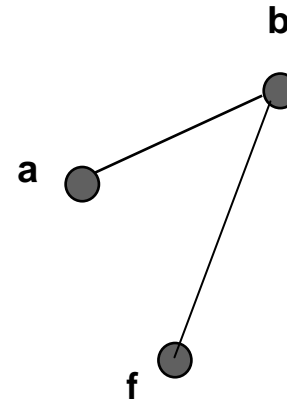
Algoritmo di ricerca - *Esempio (cont.)*

Grafo di partenza *Passo 2*



Passo 2

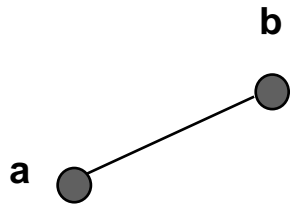
- a') bf, ab
- b') **bf**
- c') L1= ab
- d') L1= ab





Algoritmo di ricerca - *Esempio (cont.)*

Grafo di partenza Passo 3



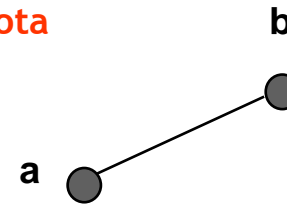
Passo 3

a') ab

b') **ab**

c') L1 = ab

d') L1 = **vuota**



e') grafo vuoto

Copertura individuata

cde, bf, ab



Riduzione del numero degli stati: *costruzione della tabella degli stati della macchina ridotta*

- Una volta identificata la copertura tramite le classi di compatibilità, la costruzione della tabella degli stati della macchina ridotta avviene nel modo seguente
 - Gli stati della macchina ridotta sono le classi di compatibilità
 - Per ogni classe di compatibilità:
 - se, per almeno uno degli stati della classe di compatibilità lo **stato prossimo è specificato**, allora la classe di compatibilità che lo contiene sarà lo stato prossimo della macchina ridotta
 - Poichè l'insieme delle classi che costituiscono la copertura può essere non disgiunto, uno stato della macchina originaria può essere presente in più classi di copertura. Nella costruzione della tabella degli stati della macchina ridotta è arbitrario scegliere la classe cui appartiene
 - se, per almeno uno degli stati originari che costituiscono lo stato prossimo della macchina ridotta, **l'uscita è specificata**, allora questa uscita sarà l'uscita associata allo stato prossimo nella macchina ridotta
 - in ogni altro caso si mantengono le condizioni non specificate



Tabella degli stati della macchina ridotta

Esempio

- Sulla base di:
 - Tabella degli stati della macchina iniziale
 - Insieme chiuso delle classi di compatibilità
- Si determina la nuova tabella degli stati corrispondente alla macchina ridotta

Tabella degli stati

	0	1
a	e/0	a/0
b	d/0	b/0
c	e/-	c/-
d	a/1	a/1
e	a/-	b/-



$$s0 = \{a, b, c\}$$
$$s1 = \{d, e\}$$



Tabella degli stati ridotta

	0	1
s0	s1/0	s0/0
s1	s0/1	s0/1