POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Prof. Maria Prandini

Anno Accademico 2008/09

Appello del 3 marzo 2009

COGNOME..

NOME ....

MATRICOLA ....

FIRMA ....

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

1. Si consideri il sistema non lineare descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -2x_1 \\
\dot{x}_2 &= sen(x_1)u + 2\alpha x_2 + u \\
y &= x_1^2 + 3x_2
\end{aligned}$$

dove α è un parametro reale $\alpha \neq 0$.

1.1 Determinare l'equilibrio associato all'ingresso costante $u(t) = 1, \forall t$ (calcolare sia lo stato $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ che l'uscita $\bar{y}$ di equilibrio).

1.2 Determinare l'espressione analitica dei movimenti dello stato e dell'uscita del sistema associati all'ingresso $u(t) = 1$, $t \geq 0$, e alla condizione iniziale $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = -\frac{1}{2\alpha} + \epsilon$, dove ϵ è un numero reale.

1.3 Dire, motivando la risposta, per quali valori di $\alpha \neq 0$ il movimento di equilibrio calcolato al punto 1.1 è instabile.

1.4 Posto $\alpha = 1$, scrivere le equazioni del sistema non lineare retroazionato con la legge algebrica di retroazione sull'uscita $u(t) = ky(t) + \bar{v}$, dove k e $\bar{v}$ sono dei parametri reali.
Determinare, se è possibile, k e $\bar{v}$ in modo tale che il sistema retroazionato ammetta come equilibrio lo stato $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ calcolato al punto 1.1 ed esso sia asintoticamente stabile.

2. Dato il sistema lineare descritto dalle equazioni

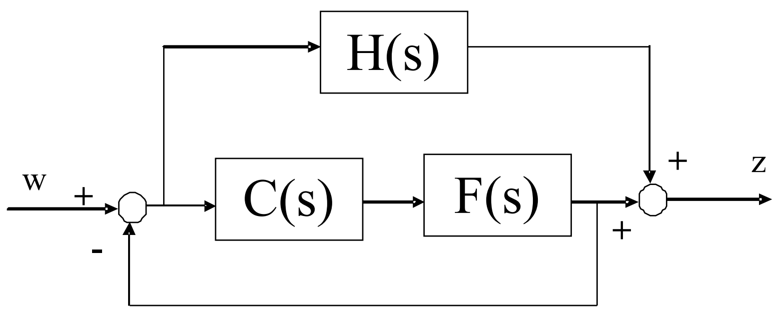
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -3x_1 + 3x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= -x_2 \\ y &= x_1\end{aligned}$$

2.1 Determinare la funzione di trasferimento $H(s)$ del sistema con ingresso u ed uscita y. E' possibile dedurre le proprietà di stabilità del sistema da $H(s)$?

2.2 Determinare la trasformata di Laplace $Y(s)$ dell'uscita forzata del sistema quando $u(t) = e^{-3t} + 2sca(t)$, $t \geq 0$. Calcolare $y(0)$ e $\lim_{t\to\infty} y(t)$ mediante i teoremi del valore iniziale e finale.

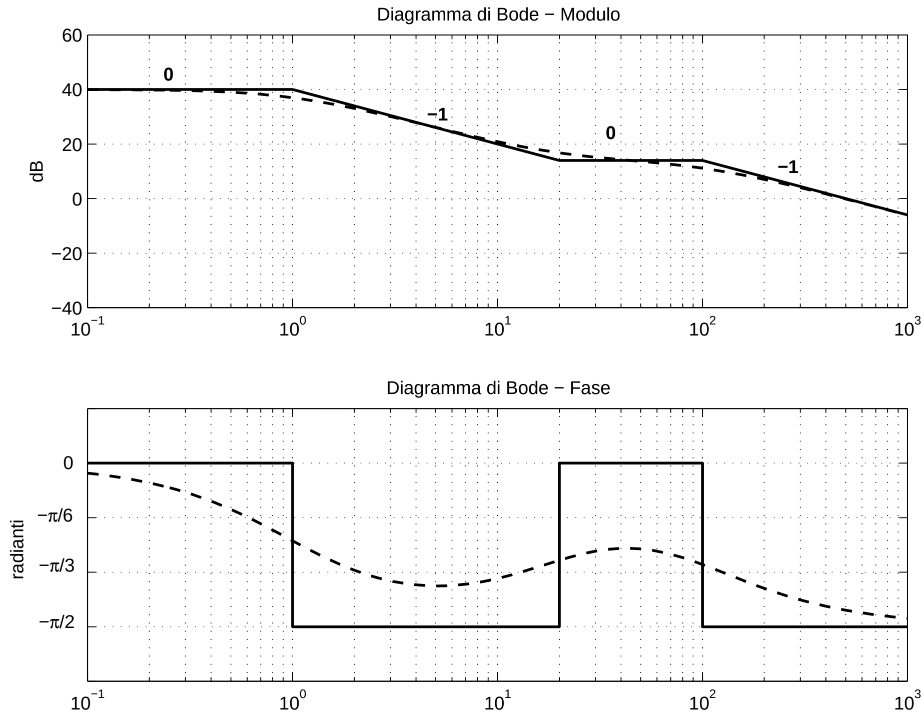
2.3 Dire, motivando la risposta, quanto vale a regime la risposta del sistema all'ingresso $u(t) = sca(t) - sca(t-6)$.

2.4 Il sistema con funzione di trasferimento $H(s)$ viene inserito nello schema in figura.



Scrivere l'espressione della funzione di trasferimento del sistema con ingresso w ed uscita z in funzione di $H(s)$, $F(s)$, e $C(s)$.

3. In figura sono rappresentati i diagrammi di Bode del modulo e della fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema lineare tempo invariante senza autovalori nascosti.

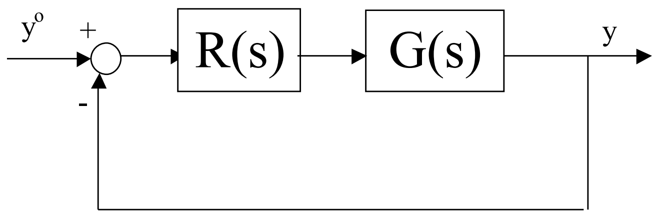


3.1 Tracciare la risposta allo scalino del sistema.

3.2 Tracciare il diagramma polare di $G(s)$.

3.3 Determinare l'espressione analitica della risposta di regime all'ingresso $u(t) = 3sca(t) + sen(10t) + sen(t)$. In quanto tempo la risposta si assesta a quella di regime calcolata?

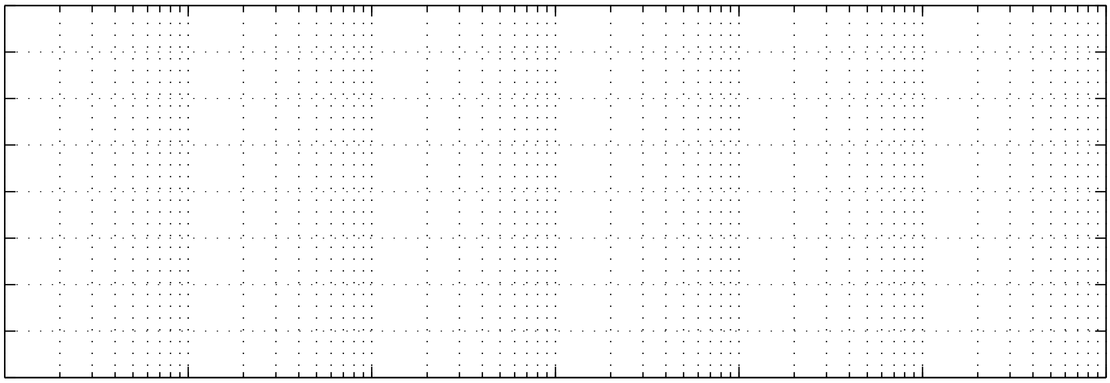
3.4 Si supponga di retroazionare il sistema secondo lo schema in figura.

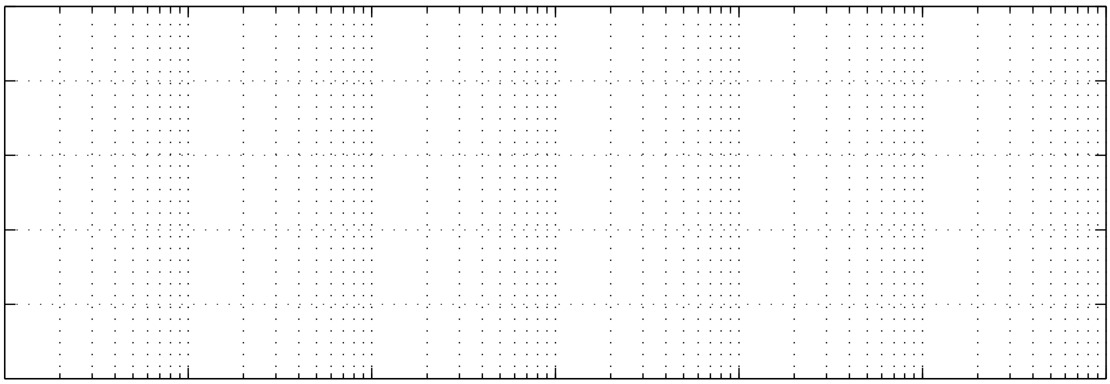


Determinare i parametri μ e T della funzione di trasferimento

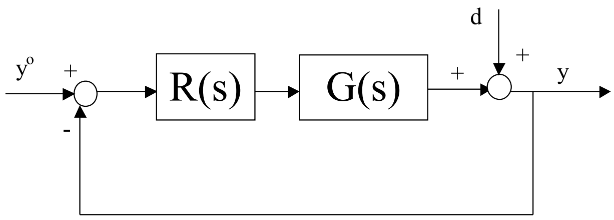
$$R(s) = \mu \frac{1 + sT}{s}$$

del regolatore in modo che la risposta del sistema retroazionato con ingresso y° ed uscita y allo scalino di ampiezza A si assesti al valore A in circa 5 unità di tempo e senza oscillazioni ripetute.





3.5 Si supponga che sulla linea di andata agisca un disturbo additivo d come indicato in figura.



Dire, motivando la risposta, quale dei seguenti disturbi $d(t) = sen(0.1t)$, $d(t) = sen(300t)$, e d(t)= sca(t), degrada maggiormente le prestazioni del sistema di controllo.

4. Enunciare con precisione il teorema della risposta in frequenza.

Formule: $\xi = sen(\phi_m/2)$ $\quad S\% = 100e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ $\quad \bar{\omega} = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$