

1. Si consideri il sistema con ingresso u ed uscita y descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_1(t)(x_1(t) + 2) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - (\alpha^2 + 1)x_2(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t)\end{aligned}$$

dove α è un parametro reale.

1.1 Dire, motivando la risposta, se il sistema è lineare o non lineare, statico o dinamico, strettamente proprio o proprio.

1.2 Determinare gli stati $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ e le uscite \bar{y} di equilibrio associati all'ingresso costante $u(t) = 1, \forall t$.

1.3 Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno allo stato di equilibrio determinato al punto precedente con $\bar{x}_1 \neq 0$.

1.4 Valutare le proprietà di stabilità dell'equilibrio con $\bar{x}_1 \neq 0$ al variare di α .

2. Si consideri il sistema lineare S descritto dalle seguenti equazioni:

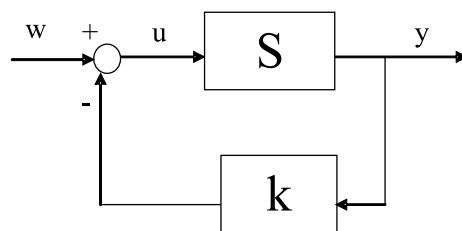
$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2x_2(t) + 9u(t) \\ y(t) &= -x_1(t) + x_2(t)\end{aligned}\tag{1}$$

2.1 Determinare il movimento libero dell'uscita del sistema associato alla condizione iniziale $x_1(0) = 0$ e $x_2(0) = 1$.

2.2 Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema con ingresso u ed uscita y .

2.3 Determinare l'espressione analitica del movimento forzato dell'uscita $y(t)$ associato all'ingresso $u(t) = 1 + e^{-2t}$, $t \geq 0$.

2.4 Il sistema S descritto dalle equazioni (1) viene inserito nello schema in figura, dove k rappresenta un parametro a valori reali.



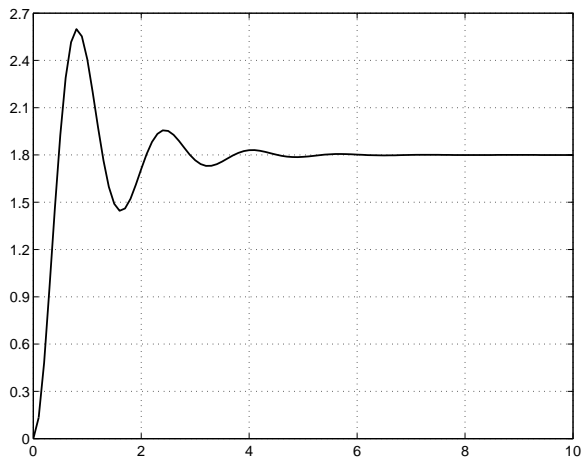
Scrivere le equazioni del sistema con ingresso w ed uscita y e valutarne le proprietà di stabilità al variare del parametro $k \in \mathfrak{R}$.

3. Si consideri il sistema dinamico lineare di ordine 2 con ingresso u ed uscita y descritto dalla funzione di trasferimento:

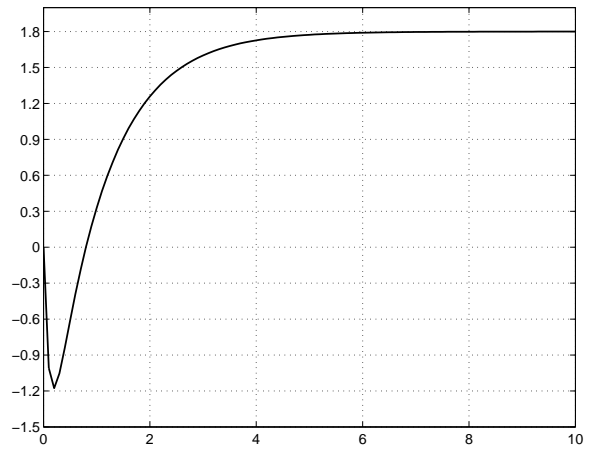
$$H(s) = \frac{s + 9}{s^2 + 11s + 10}$$

3.1 Dire, motivando la risposta, se il movimento libero del sistema associato alla condizione iniziale $x_1(0) = x_2(0) = 2$ tende a zero e, in caso affermativo, determinare il tempo di assestamento a zero.

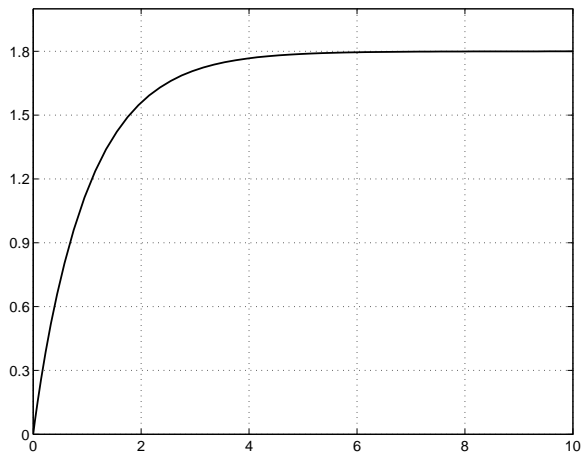
3.2 Dire, motivando la risposta, quale dei grafici sotto riportati rappresenta il movimento forzato dell'uscita del sistema all'ingresso $u(t) = 2, t \geq 0$



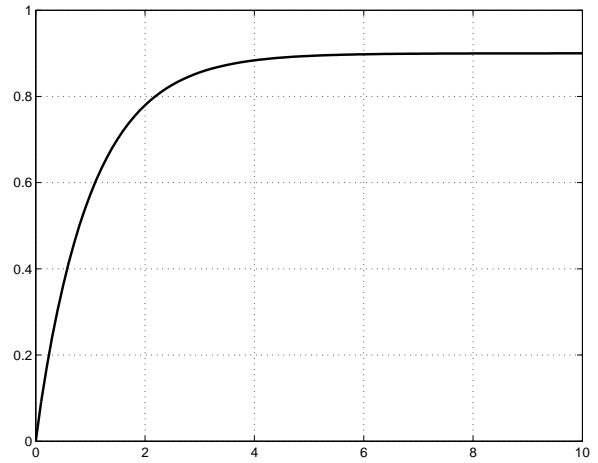
(a)



(b)

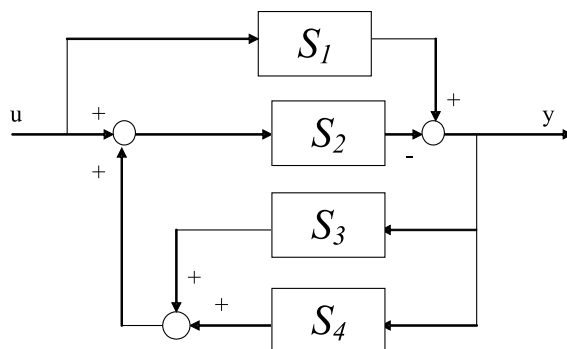


(c)



(d)

4. Si consideri il sistema con ingresso u ed uscita y rappresentato nel diagramma a blocchi sotto riportato, dove S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 sono tutti sistemi lineari.



Dire, motivando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

a) Condizione necessaria affinché il sistema con ingresso u ed uscita y sia asintoticamente stabile è che il sistema S_3 abbia tutti autovalori a parte reale strettamente negativa.

b) Condizione sufficiente affinché il sistema con ingresso u ed uscita y sia instabile è che il sistema S_1 abbia un autovalore $\lambda = 2$.

c) Il sistema con ingresso u ed uscita y è asintoticamente stabile se e solo se sono asintoticamente stabili tutti i sistemi componenti S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 .