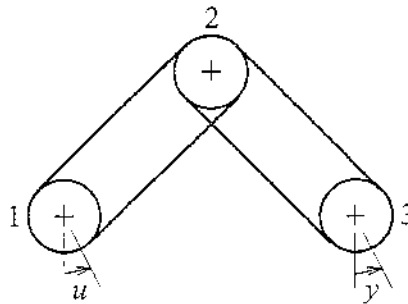


Controllo di posizione angolare

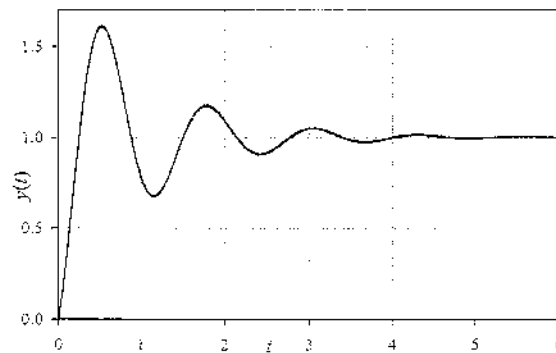
Un apparato di trasmissione meccanica è composto da tre pulegge orizzontali collegate da due cinghie elastiche.



La puleggia 1 è comandata da un motore che ne impone la posizione angolare u . La puleggia 3 è connessa a un carico: la sua posizione angolare y è misurata da un sensore.

Sul sistema sono state effettuate le seguenti prove:

1) **Risposta allo scalino:** all'ingresso u è stato applicato all'istante $t=0$ uno scalino di ampiezza 1 [rad]. La risposta rilevata in uscita è stata la seguente:



2) **Risposta in frequenza:** l'ingresso u è stato posto pari a $u(t) = U \sin(\omega t)$ per vari valori di ω . La risposta rilevata in uscita, esaurito il transitorio, è stata del tipo $y(t) = Y \sin(\omega t + \varphi)$, con Y/U dato dalla tabella seguente:

ω [rad/s]	1	2	5	10	20	50	100	200	500	1000
Y/U	1.04	1.18	2.89	0.47	0.15	0.05	0.02	0.012	0.004	0.0018

A) Formulare un modello matematico dell'apparato nel dominio delle frequenze, basandosi sui risultati delle prove sopra descritte.

B) Si voglia progettare un sistema di controllo per l'apparato di trasmissione. Formulare requisiti di progetto ragionevoli, tenendo conto che si desiderano alta precisione di posizionamento a regime (idealmente $y = u$), risposte veloci con ridotte oscillazioni, stabilità robusta.

C) Determinare un controllore che soddisfi i requisiti formulati al punto B.

(A) Modello del processo

La risposta allo scalino evidenzia quanto segue

(a) $y_{\infty} = 1 \Rightarrow \mu_p = 1$

(b) $\dot{y}(0) > 0 \Rightarrow$ surplus di poli = 1

(c) esistenza di poli complessi coniugati con basso smorzamento
 Una possibile funzione di trasferimento è, pertanto,

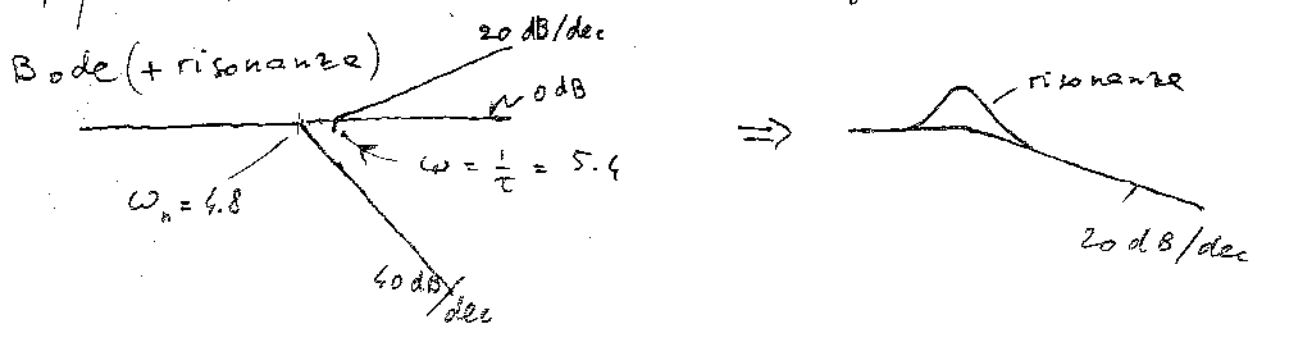
$$P(s) = \mu_p \omega_n^2 \frac{1 + s\tau}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\mu_p \omega_n^2 \tau s + \mu_p \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\beta_1 s + \beta_2}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2}$$

Poiché $\dot{y}(0) = \beta_1$ e dalla figura risulta $\dot{y}(0) = 4.25$
 deve essere $\mu_p \omega_n^2 \tau = 4.25$. D'altra parte, sempre dalla
 figura, si può valutare il periodo di oscillazione
 T_{osc} che è circa uguale a $2\pi/\omega_n$ (perché la pulsazione
 ω_{osc} è circa uguale a ω_n), per cui
 $\omega_n = \frac{2\pi}{T_{osc}} \approx \frac{6.28}{1.3} = 4.8$

In conclusione, una stima di τ è

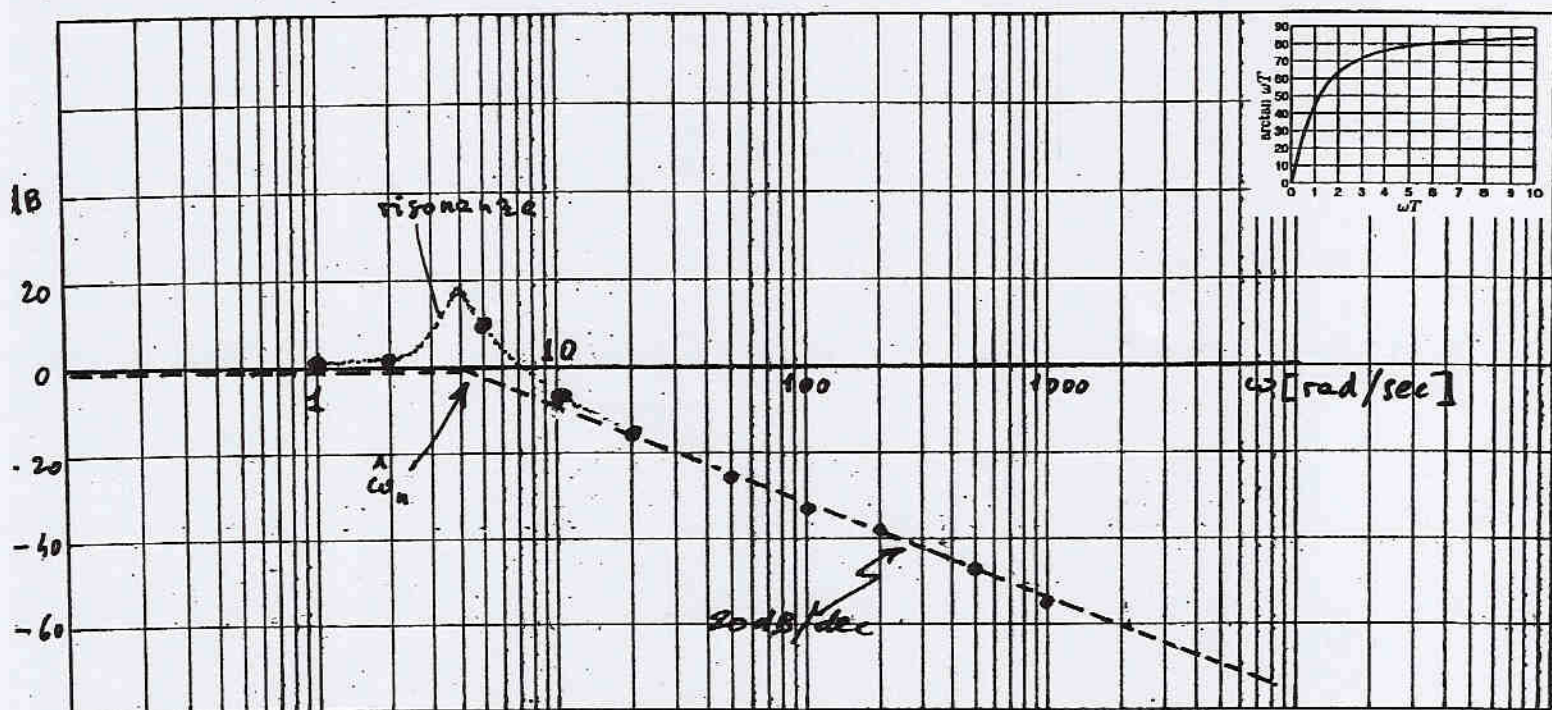
$$\tau = \frac{4.25}{\mu_p \cdot \omega_n^2} = \frac{4.25}{(4.8)^2} = 0.184$$

La risposta in frequenza che si può aspettare
 è, quindi, la somma dei due seguenti diagrammi di



(A) Modello del processo (continuo)

Per confermare quanto dedotto nella pagina precedente possiamo sfruttare i dati di risposta in frequenza. Calcolando $(Y/U)_{dB}$ e riportando tali valori su carte logaritmiche otteniamo quanto segue



In conclusione, i dati raccolti con le due prove permettono di dedurre che la funzione di trasferimento del processo e^i , con buona approssimazione, data da

$$P(s) = \frac{1}{s} \frac{1 + s\tau}{s^2 + 2\zeta \hat{\omega}_n s + \hat{\omega}_n^2} \quad \text{con } \mu = 1 \quad \hat{\omega}_n = 4.2 \quad \tau = 0.184$$

e ζ basso (non stimato)

Poiché $\tau \approx \frac{1}{\hat{\omega}_n}$, tale funzione di trasferimento e^i è approssimabile (a parte il picco di risonanza) da

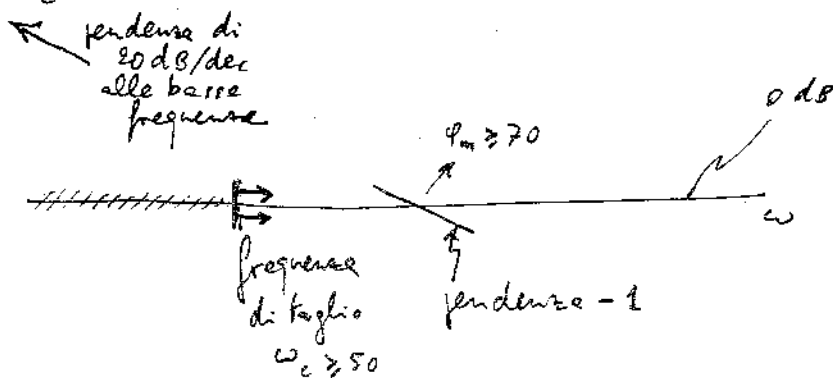
$$P(s) = \frac{1}{1 + sT} \quad \text{con } T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\hat{\omega}_n} + \tau \right) \approx 0.20$$

(B) Prescrizioni

51/9

- Alta precisione di posizionamento \Rightarrow errore nullo \Rightarrow tipo 1 (cioè un integratore $\frac{1}{s}$ nel regolatore)
- Risposte veloci \Rightarrow bassa costante di tempo dominante del sistema ad anello chiuso, per esempio 10 (o più volte più piccola della costante di tempo del sistema controllato ($T = 0.20$)) $\Rightarrow \omega_c \geq \frac{10}{T} \approx 50 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$
- Ridotte oscillazioni \Rightarrow polo dominante reale o poli dominanti complessi con ξ elevato (0.7) \Rightarrow diagramma di Bode che taglia l'asse a 0 dB con pendenze -1 e $\varphi_m \geq 100 \cdot \xi_{\text{min}}^{0.7} = 70^\circ$
- Stabilità robusta φ_m grande, k_m grande
per esempio $\varphi_m \geq 60^\circ$ $k_m \geq 2$

Riassumendo



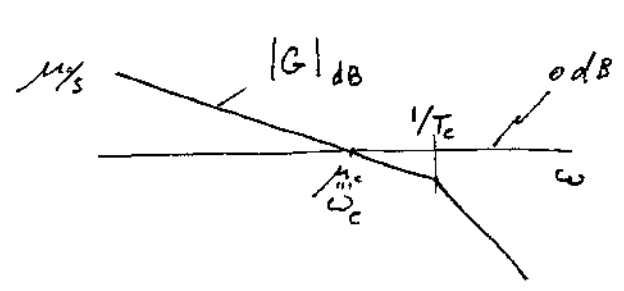
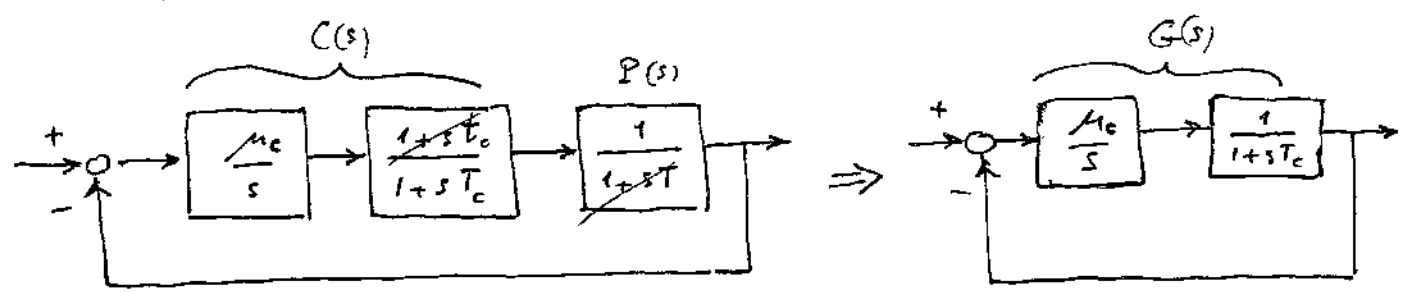
C) Sintesi del controllore

5/1

Si può considerare un controllore con funzione di trasferimento

$$C(s) = \frac{M_c}{s} \frac{1 + s t_c}{1 + s T_c} \quad (*) \quad (\text{integratore in cascata e una rete anticipatrice})$$

e usare lo zero $(-1/t_c)$ per cancellare il polo $(-1/T)$ del processo



$$\arg G(i\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctan \omega T_c$$

↓
al max 20°
per avere $\varphi_m \geq 70^\circ$

$$T_c \leq \frac{0.33}{\omega_c} \iff \omega_c T_c \leq 0.33 \iff$$

↑
 M_c
↑
 $\omega_c = 50$

$$T_c \leq \frac{0.33}{50} \Rightarrow T_c \leq 0.0066$$

Scegliamo $T_c = 0.005$

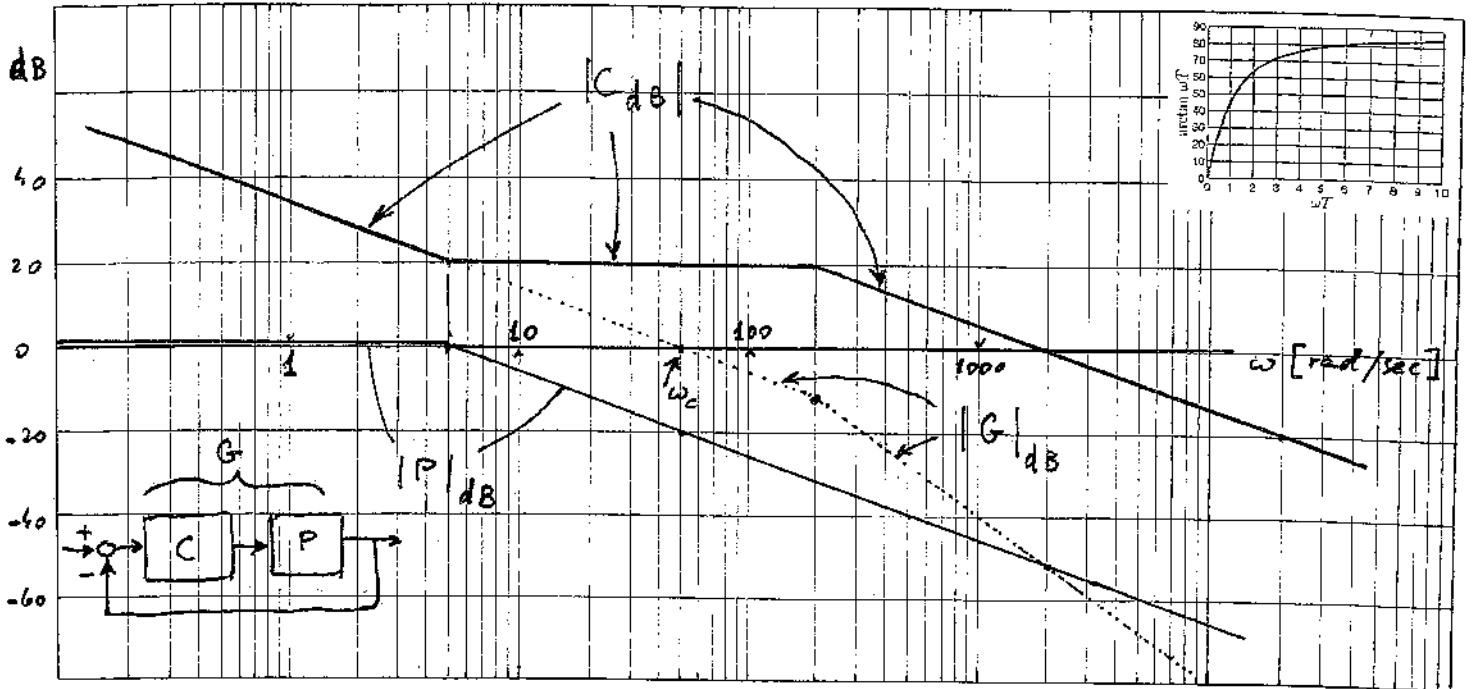
Pertanto, la f. d. t. del regolatore è la (*) con

$$M_c = 50 \quad t_c = 0.20 \quad T_c = 0.005$$

In conclusione, tutte le prescrizioni sono soddisfatte (il margine di guadagno k_m è addirittura infinito perché $\mu_{crit} = \infty$)

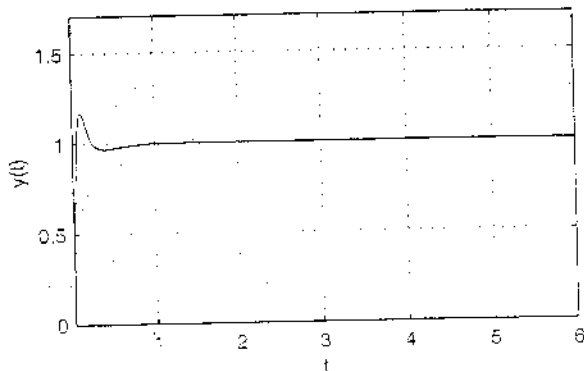
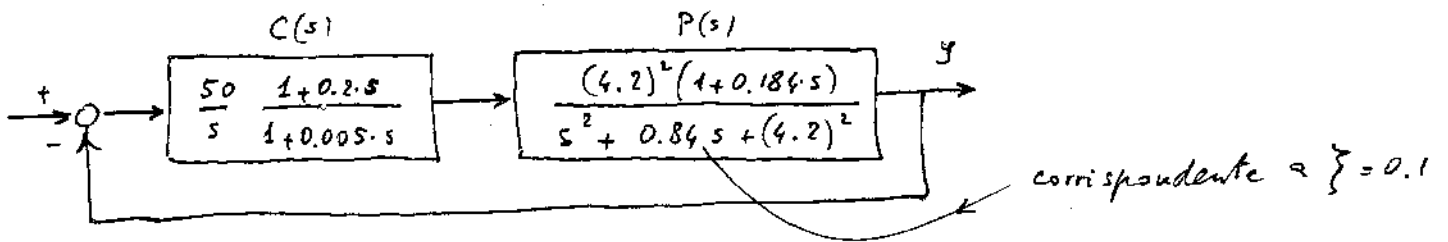
Per sicurezza si possono fare delle simulazioni come mostrato nella pagina seguente, insieme a un riassunto di quanto fatto.

Riassunto di quanto fatto



banda passante del sistema ad anello chiuso $B = [0, \omega_c] = [0, 50]$
 costante di tempo dominante ad anello chiuso $T_{dom} = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{50} = 0.02$

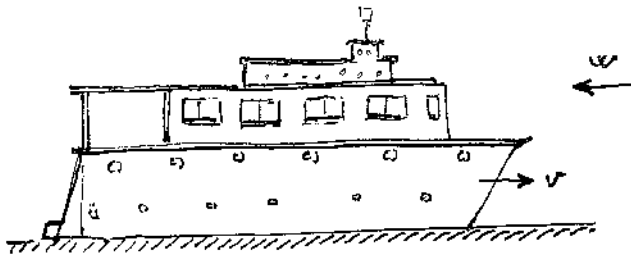
Simulazione (su Matlab) della risposta allo scalino del sistema ad anello chiuso



Questa figura, confrontata con la risposta allo scalino del processo non regolato (prime pagine), mostra i vantaggi della regolazione. Si può verificare che il valore attribuito a ζ è irrilevante (perché?)

CONTROLLO DELLA VELOCITA' DI UNO YACHT

53/2



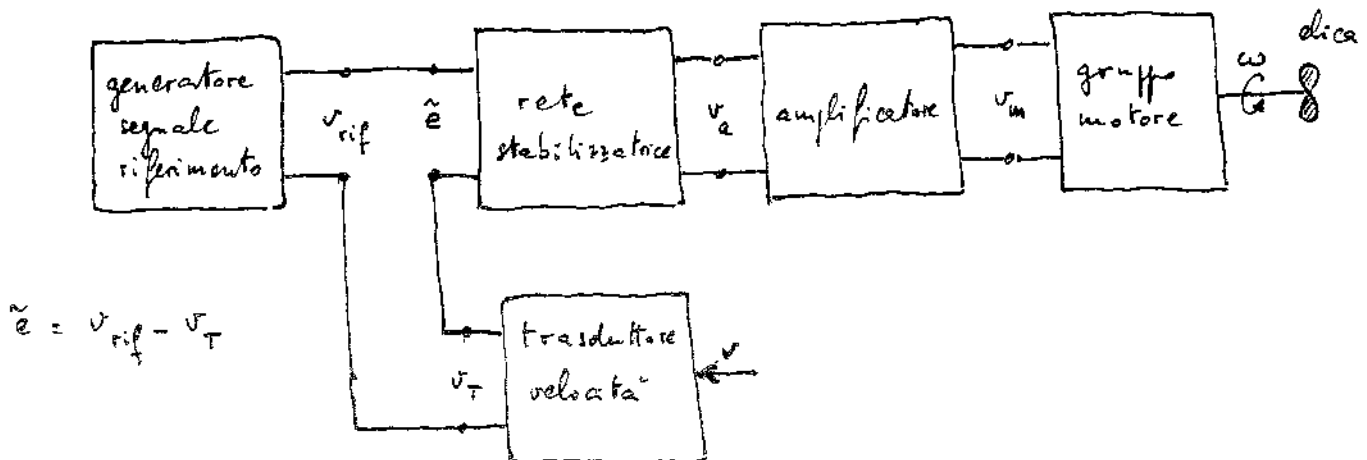
Requisiti:

- (a) ridurre di 20 volte l'effetto del vento
- (b) andare a regime 3 volte più in fretta
- (c) margine di fase di 60°

Dati

- A motori spenti lo scafo si ferma in 2 minuti
- La costante di tempo elettrica del motore (dato di targa) è $T'_m = 0.1 \text{ sec.}$
- L'elica va a regime in 10 sec.
- Il trasduttore di velocità ha guadagno unitario ($10 \text{ V} = 10 \text{ m/sec}$) e costante di tempo $T_T = 0.01 \text{ sec}$
- L'amplificatore che alimenta il motore ha banda passante di 1000 Hz .

Schema di controllo



Dinamica dello yacht

$m \dot{v} = \text{spinta} - \text{forza d'attrito}$
 /
 massa

\updownarrow
 proporzionale
 alla velocità
 angolare ω
 dell'elica

\downarrow
 due componenti:
 acqua ($\equiv v$) e
 aria ($\equiv v+w$)
 \uparrow velocità del vento

$$m \dot{v} = K \omega - h' v - h'' (v+w)$$

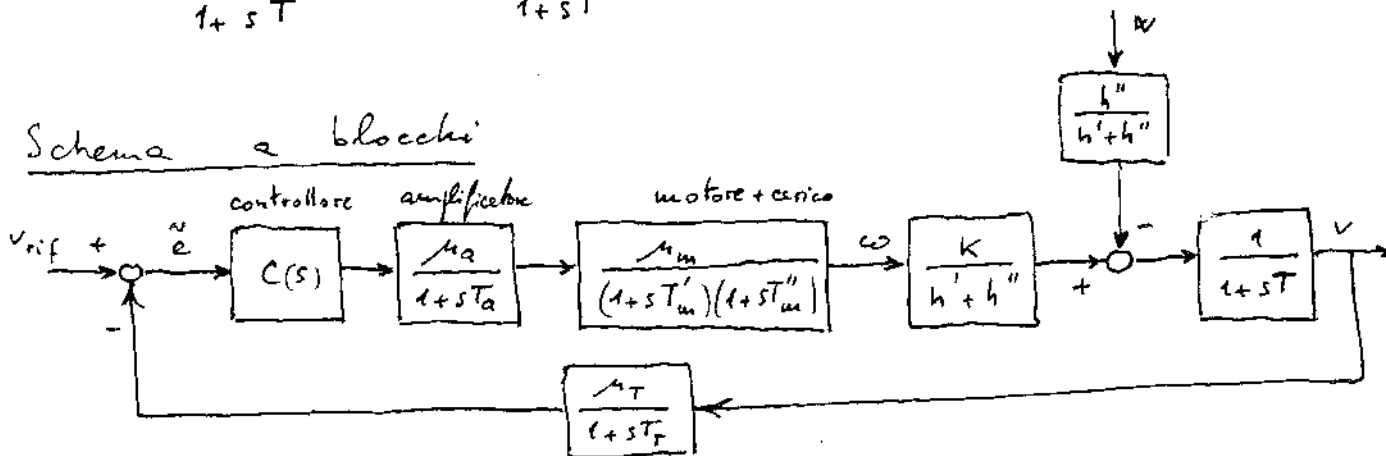
$$m s V = K \Omega - h' V - h'' V - h'' W$$

$$(m s + h' + h'') V = K \Omega - h'' W$$

$$\left(1 + s \frac{m}{h' + h''}\right) V = \frac{K \Omega}{h' + h''} - \frac{h''}{h' + h''} W$$

$$V = \frac{K}{h' + h''} \frac{1}{1 + s T} \Omega - \frac{h''}{h' + h''} \frac{1}{1 + s T} W$$

Schema a blocchi



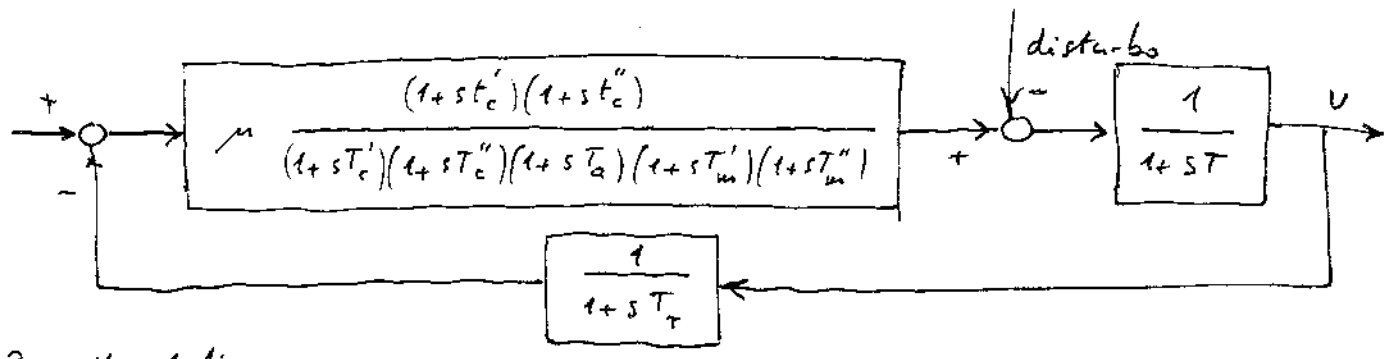
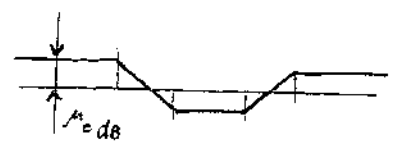
Dati: segue che $T_a = 0.001 \text{ sec.}$ $T'_m = 0.1 \text{ sec.}$
 $T''_m = \frac{1}{5} \cdot 10 = 2 \text{ sec.}$ $T = \frac{1}{5} \cdot 60 \times 2 = \frac{120}{5} = 24 \text{ sec.}$
 $\mu_T = 1$ $T_T = 0.01 \text{ sec.}$

Inoltre, poniamo

$$\mu = \mu_c \cdot \mu_a \cdot \mu_m \cdot \frac{K}{h' + h''}$$

Per quanto riguarda il controllore consideriamo la famiglia delle reti a sella

$$C(s) = \mu_c \frac{(1+s t'_c)(1+s t''_c)}{(1+s T'_c)(1+s T''_c)}$$



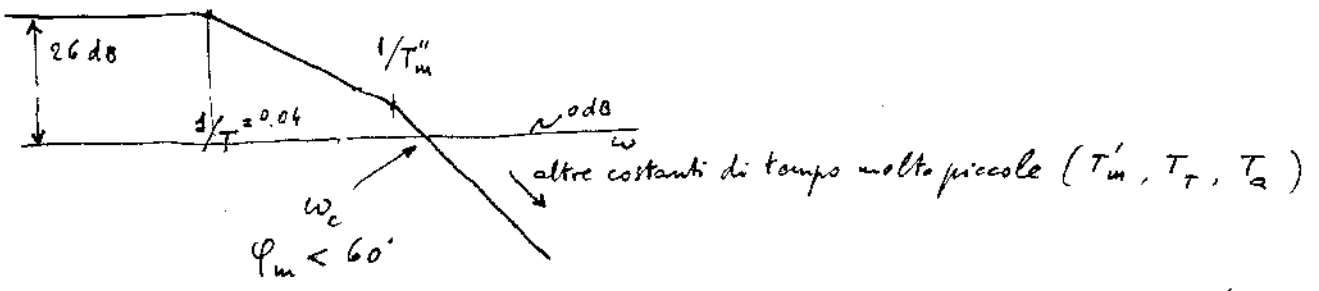
Progetto statico

A regime il disturbo è ridotto di $(1+\mu)$ volte

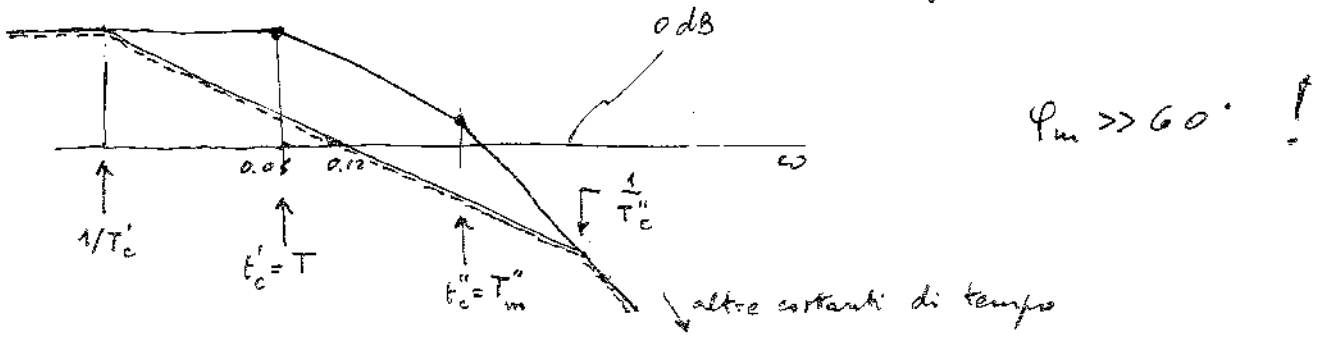
$$\begin{aligned} \Downarrow \\ \mu &= 20 \\ \Downarrow \\ \mu_{dB} &= 26 \end{aligned}$$

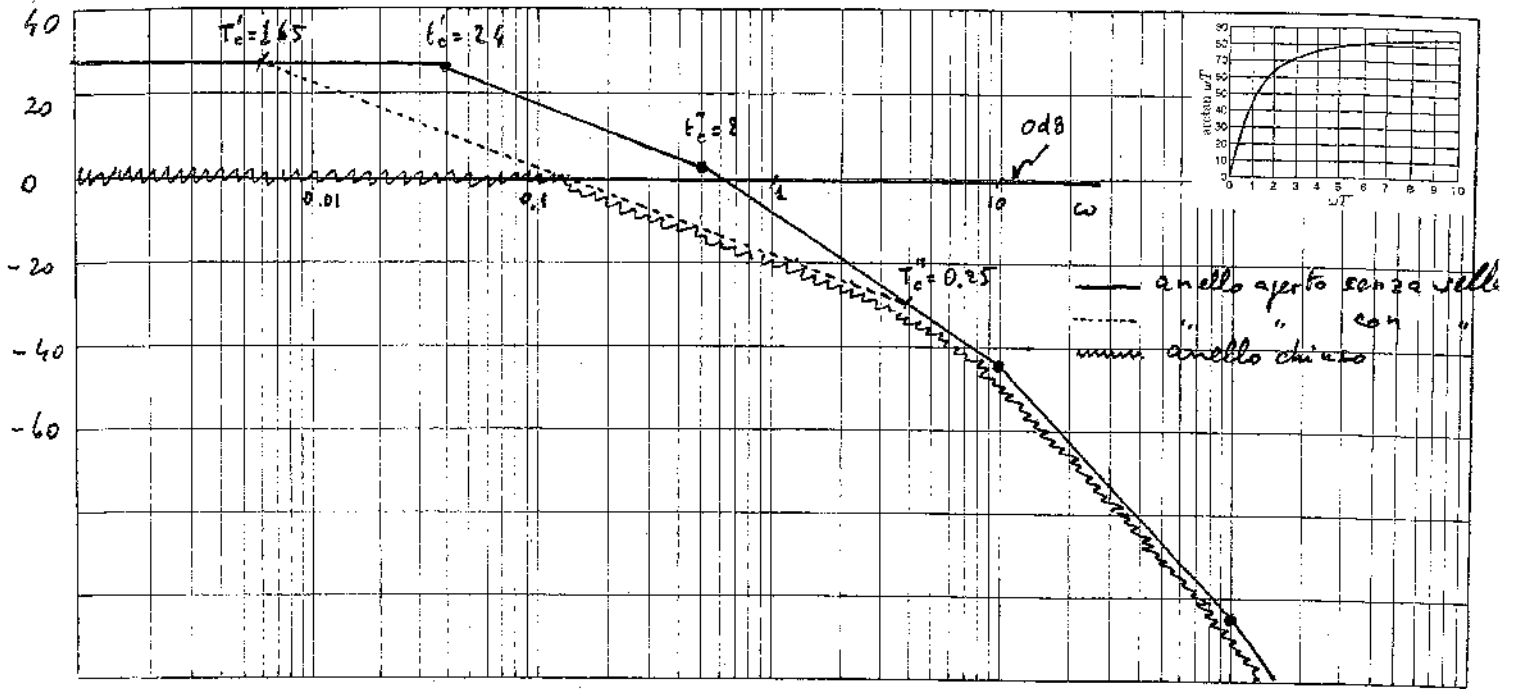
Progetto dinamico ($\omega_c \geq 0.12$, $\varphi_m \geq 60^\circ$)

I ipotesi: solo $\mu_c = 20$



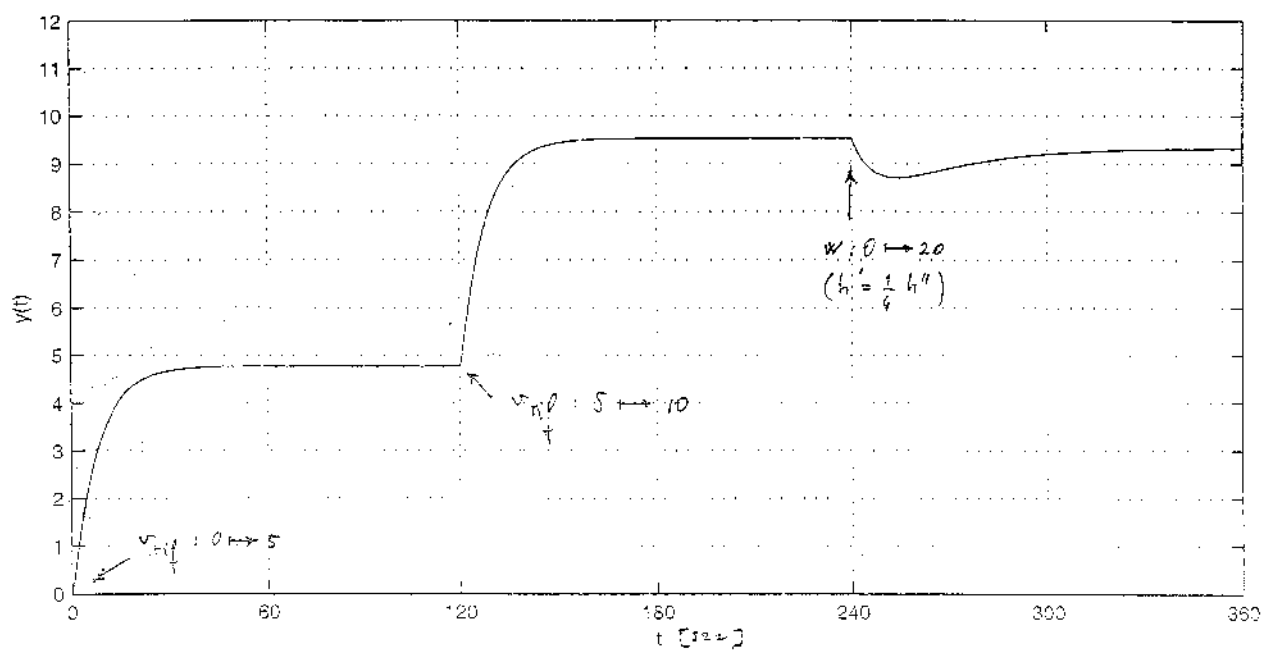
II ipotesi: rete a sella (si parte dal punto $\omega_c = 0.12$ e si traccia il diagramma desiderato)



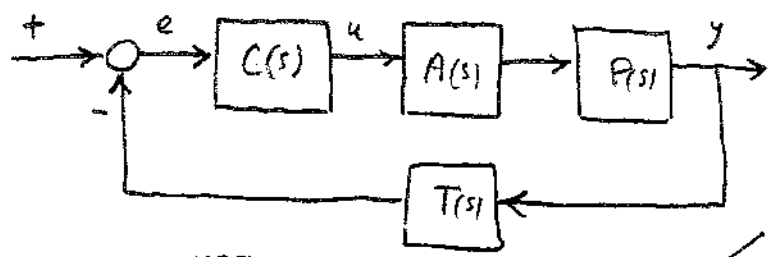


In pratica abbiamo cancellato due poli del sistema (yacht e elica) con due zeri della rete a sella.

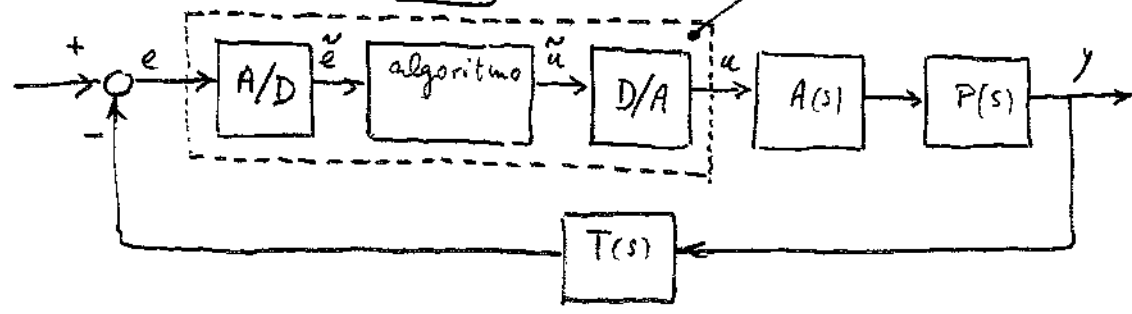
Per sicurezza, si possono effettuare alcune simulazioni come la risposta a una variazione a scalino della velocità di riferimento e della velocità del vento.



REALIZZAZIONE DIGITALE DEL CONTROLLORE

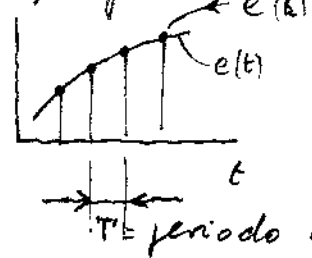


abbiamo visto come si possa determinare $C(s)$



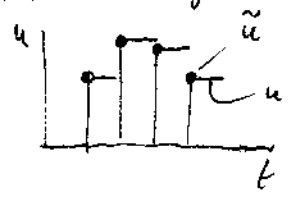
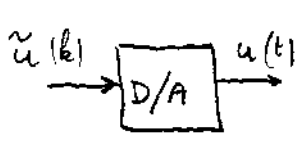
L è la realizzazione digitale di C

Convertitore analogico/digitale



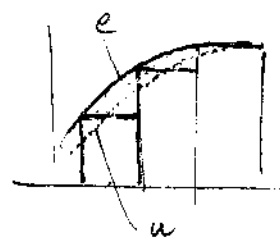
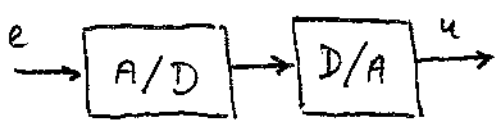
$$\tilde{e}(k) = e(kT)$$

Convertitore digitale/analogico



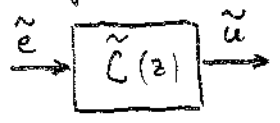
$u(t) = \tilde{u}(k)$ per $kT \leq t < (k+1)T$
Zero Order Holding (ZOH) = circuito di mantenimento di ordine zero

Osservazione



$$u(t) = e\left(t - \frac{T}{2}\right) + \text{rumore con prime armoniche } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Algoritmo



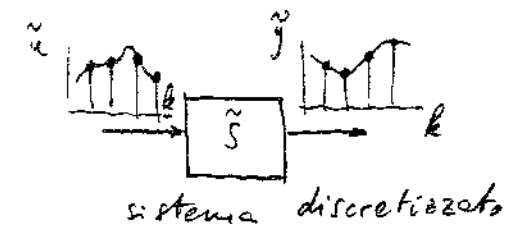
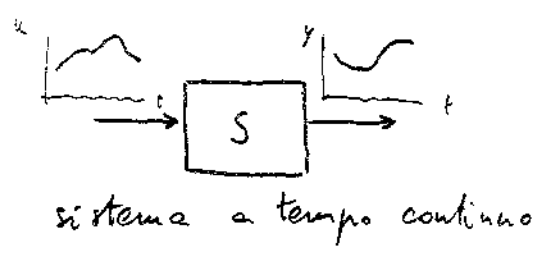
$$\tilde{u} = \tilde{C}(z) \tilde{e} \quad \text{ovvero} \quad \tilde{u}(k) = -\tilde{\alpha}_1 \tilde{u}(k-1) - \dots - \tilde{\alpha}_n \tilde{u}(k-n) + \tilde{\beta}_0 \tilde{e}(k) + \dots + \tilde{\beta}_n \tilde{e}(k-n)$$

$$\tilde{C} = \frac{\tilde{\beta}_0 z^n + \dots + \tilde{\beta}_n}{z^n + \tilde{\alpha}_1 z^{n-1} + \dots + \tilde{\alpha}_n}$$

Problema 1 : come determinare $\tilde{C}(z)$ da $C(s)$ e T ?

Problema 2 : come determinare T

DISCRETIZZAZIONE DEL TEMPO



$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = c^T x + du \end{cases} \Rightarrow G(s)$$

$$\tilde{G}(z)$$

Come si può passare da G a \tilde{G} (e viceversa)? La risposta dipende dal metodo di discretizzazione usato. Consideriamo solo due metodi (classici) a passo di discretizzazione (T) fisso.

metodo di Eulero

$$\frac{\tilde{x}(k+1) - \tilde{x}(k)}{T} = A \tilde{x}(k) + b \tilde{u}(k)$$

$$\begin{cases} \frac{z-1}{T} \tilde{x} = A \tilde{x} + b \tilde{u} \\ \tilde{y} = c^T \tilde{x} + d \tilde{u} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\tilde{G}(z)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \\ y(t) = c^T x(t) + du(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} sX = AX + bu \\ y = c^T X + du \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$G(s)$$

metodo di Tustin

$$\frac{\tilde{x}(k+1) - \tilde{x}(k)}{T} = A \frac{\tilde{x}(k+1) + \tilde{x}(k)}{2} + b \frac{\tilde{u}(k+1) + \tilde{u}(k)}{2}$$

$$\frac{z-1}{T} \tilde{x} = A \frac{z+1}{2} \tilde{x} + b \frac{z+1}{2} \tilde{u}$$

$$\begin{cases} \frac{z}{T} \frac{z-1}{z+1} \tilde{x} = A \tilde{x} + b \tilde{u} \\ \tilde{y} = c^T \tilde{x} + d \tilde{u} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\tilde{G}(z)$$

$$s = \frac{z-1}{T}$$

$$\Downarrow$$

$$z = 1 + sT$$

$$\tilde{G}(z) = G\left(\frac{z-1}{T}\right)$$

$$G(s) = \tilde{G}(1 + sT)$$

$$\tilde{G}(z) = G\left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}\right)$$

$$G(s) = \tilde{G}\left(\frac{1+sT/2}{1-sT/2}\right)$$

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$$

$$\Downarrow$$

$$z = \frac{1+sT/2}{1-sT/2}$$

Più in generale: un metodo è caratterizzato da $s = \varphi(z)$ e $z = \varphi^{-1}(s)$

per cui

$$\tilde{G}(z) = G(\varphi(z))$$

$$G(s) = \tilde{G}(\varphi^{-1}(s))$$

$$\tilde{G}(z) = G(\varphi(z)) \quad z = \varphi^{-1}(s)$$

Se G è stabile bisogna che sia stabile anche \tilde{G} . Altrimenti significa che il metodo si "inventa" un'instabilità (dovuta all'approssimazione numerica).

Se $G(s)$ ha un polo in p (cioè se per $s=p$ si ha $G(s)=\infty$) significa che $\varphi(z)=p \Rightarrow G=\infty \Rightarrow \tilde{G}(\varphi^{-1}(p))=\infty$, cioè

$$\boxed{\tilde{p} = \varphi^{-1}(p)}$$

è la legge di trasformazione dei poli.

Quindi, un metodo è stabile se

$$\operatorname{Re}(p) < 0 \Leftrightarrow |\tilde{p}| < 1$$

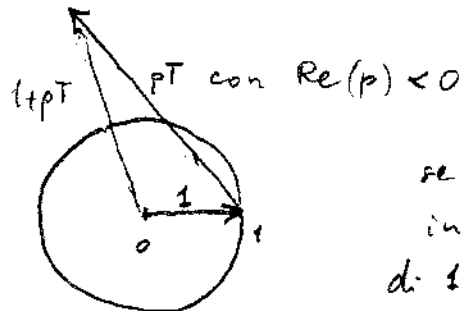
cioè se

$$|\varphi^{-1}(p)| < 1 \text{ per } \operatorname{Re}(p) < 0$$

metodo di Eulero

$$\varphi^{-1}(p) = 1 + pT$$

$$|\varphi^{-1}(p)| = |1 + pT|$$

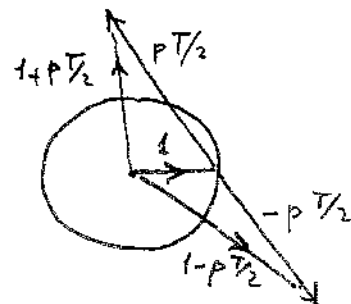


se T è grande (come in figura) il modulo di $1+pT$ può essere > 1

metodo di Tustin

$$\varphi^{-1}(p) = \frac{1 + pT/2}{1 - pT/2}$$

$$|\varphi^{-1}(p)| = \left| \frac{1 + pT/2}{1 - pT/2} \right| = \frac{|1 + pT/2|}{|1 - pT/2|}$$



quindi $|\varphi^{-1}(p)| < 1$ sempre (per $\operatorname{Re}(p) < 0$) perché il vettore $(1 - pT/2)$ ha sempre modulo maggiore del modulo del vettore $(1 + pT/2)$.

Per far sì che l'algoritmo approssimi bene il regolatore continuo è bene scegliere $\tilde{C}(z)$ discretizzando il sistema con f. d. t. $C(s)$. Per esempio, si può usare il metodo di Tustin (che non introduce instabilità numeriche) per cui

$$\tilde{C}(z) = C\left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}\right)$$

SCELTA DEL PERIODO DI CAMPIONAMENTO T

Quando i campionamenti costano o quando sono fastidiosi o pericolosi c'è interesse a fare T grande.

Ci sono però vari motivi per fare T piccolo

- T piccolo per avere integrazioni numeriche accurate (e evitare l'instabilità numerica di certi metodi)
- $T \ll \frac{2\pi}{\omega_c}$ per poter trascurare il rumore ad alta frequenza introdotto dal convertitore D/A (ω_c è la banda del sistema ad anello chiuso mentre $2\pi/T$ è la pulsazione della 1^a armonica del rumore)
- $T \leq \frac{1}{\omega_c} \frac{\varphi_m}{10} \frac{2\pi}{180}$ (ottenuta imponendo che la perdita di margine di fase ($\omega_c T$) sia minore del 10%)

Controllo del rilascio di un lago a uso irriguo

Caratteristiche

- componente economica rilevante (controllo \rightarrow gestione)
- obiettivi multipli e conflittuali (efficienza Parotiana)
- grande incertezza meteorologica (controllo stocastico e controllo min-max)
- non automazione ma supporto alle decisioni

Riassunto

La regolazione del lago di Como è un esempio di problema a molti obiettivi. La diga di regolazione deve essere gestita cercando di minimizzare contemporaneamente le piene a monte e le fallese di fornitura idrica agli utenti agricoli di valle.

Per mezzo di semplici modelli di simulazione e gestione è possibile determinare soluzioni efficienti molto migliori della soluzione storica.

Decisione giornaliera : rilascio r_t



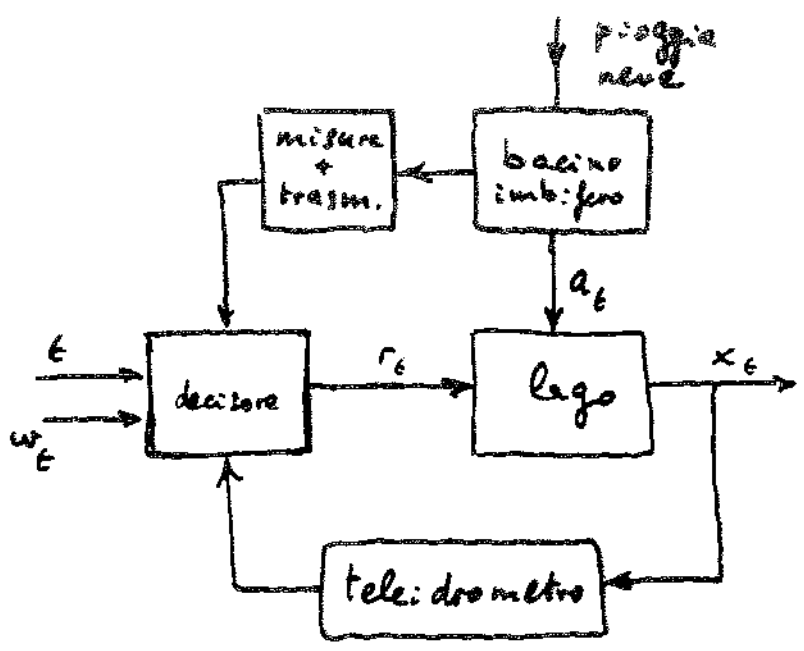
afflusso
↓

$$X_{t+1} = X_t + a_t - r_t$$

$$r_t = f(\text{informazioni disponibili il giorno } t)$$

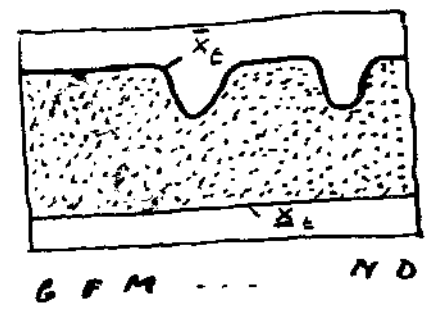
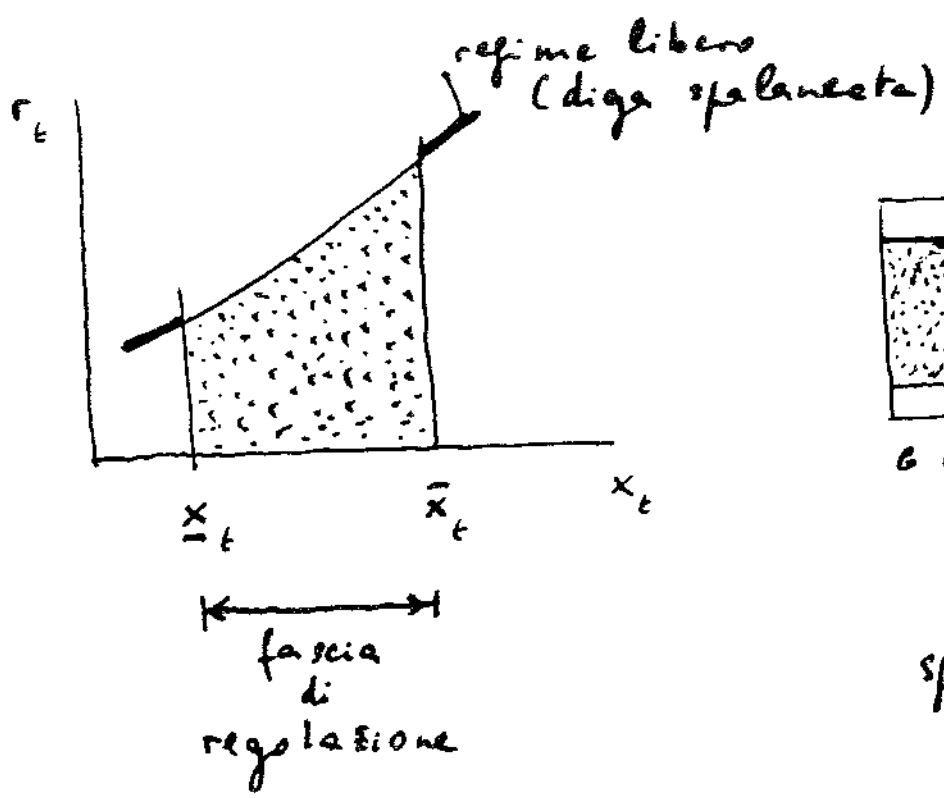
1 : t = giorno

- 20 stazioni pluviometriche
 - 5 portate
 - 10 neve (densita' / spessore)
 - 10 serbatoi montani (EMEL)
 - 5 domande d'acqua (consorzio dell'Adda)
 - 1 previsione del tempo
 - 1 livello del lago (x_t) \leftarrow informazione essenziale
-
- 52 dati giornalieri: $\times 365 \times 40 \text{ anni} \Rightarrow 760.000$
dati



$r_t = f(t, x_t)$
regola operativa

$r_t = f(t, x_t, \dots)$
 politica di gestione

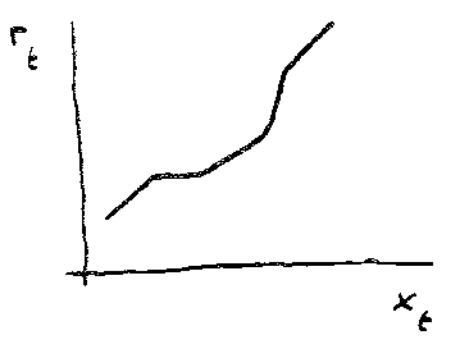


↑
 specificati in una
 normativa

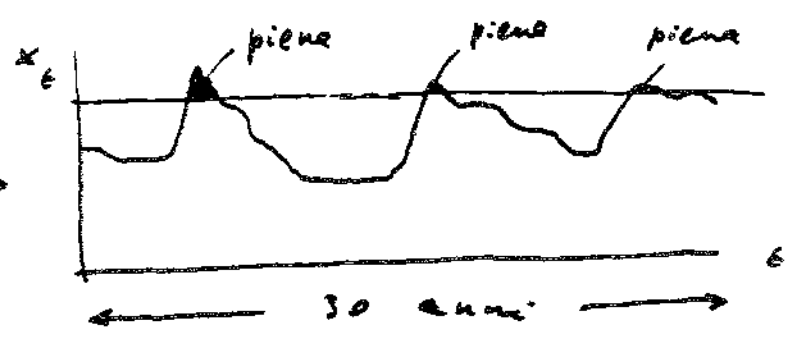
Ipotesi (razionale?) La gestione "storica" è stata realizzata con una politica di gestione periodica rispetto a t (consistenza del gestore)

Obiettivi

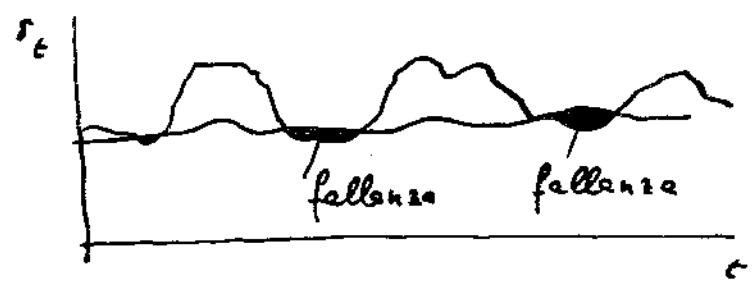
Minimizzazione [Piene Deficit agricoli]
 ↑ ↑
 obiettivi principali



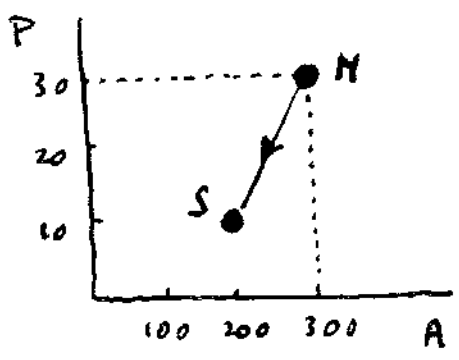
⇒



⇓



⇓



N = naturale (senza diga)
 S = storico (con diga regolata)

PROBLEMA E' POSSIBILE MIGLIORARE ?

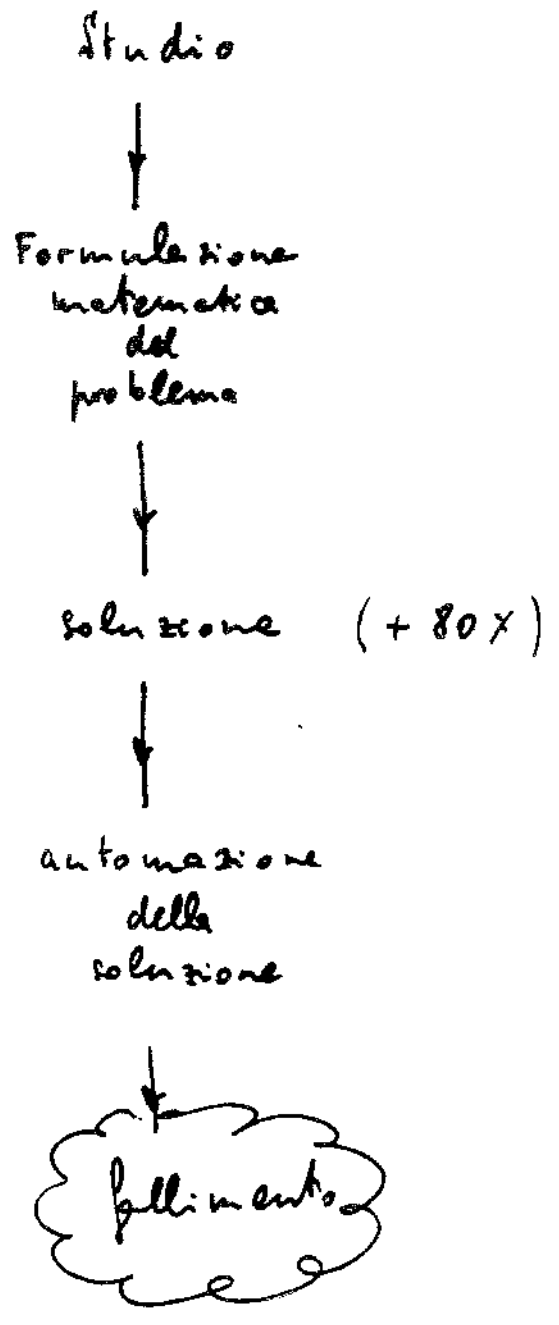
min [P A]

$$x_{t+1} = x_t + a_t - r_t$$

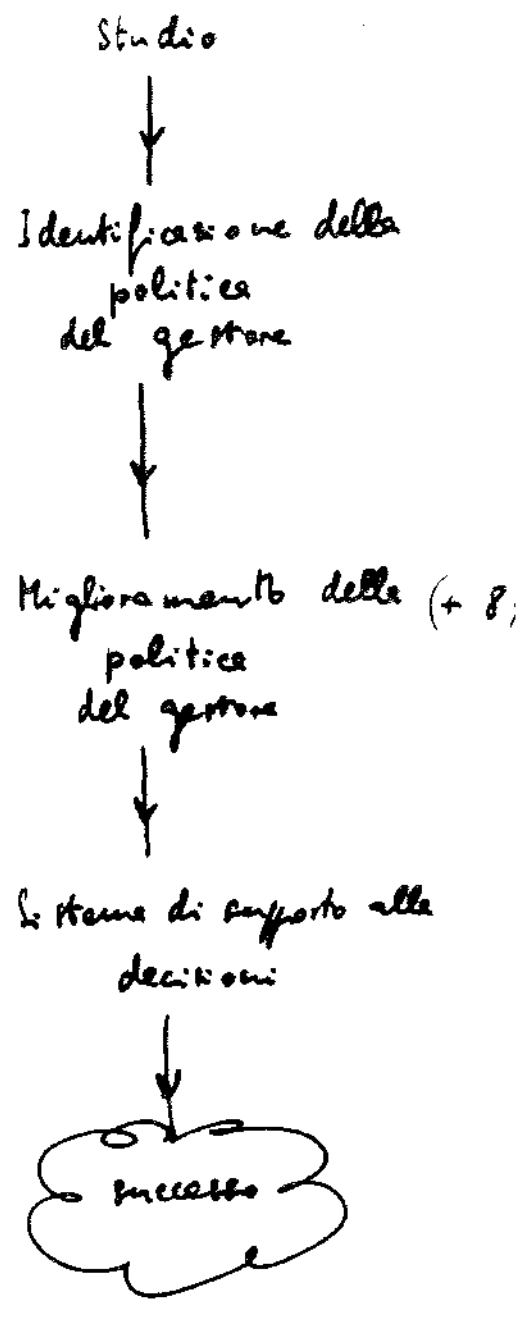
a_t = produzione idroelettrica

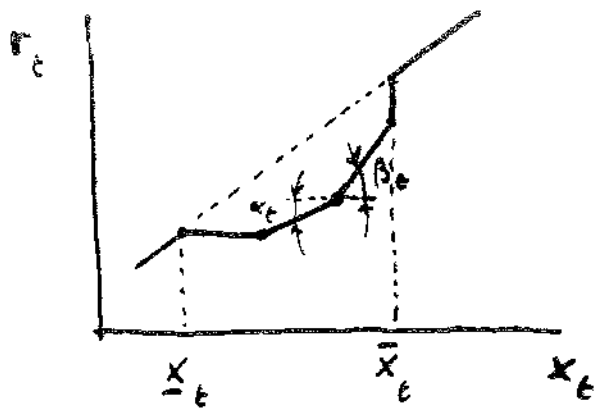
$r_t = r(x_t, t)$ produzione rispetto a t

APPROCCIO CLASSICO



APPROCCIO EURISTICO





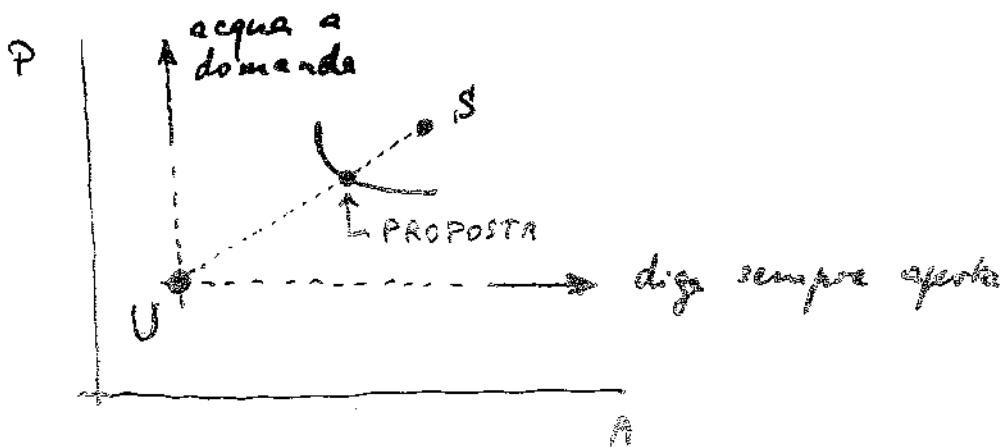
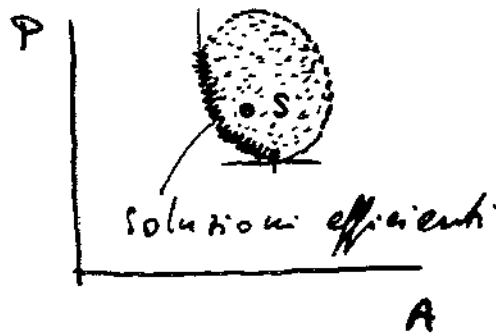
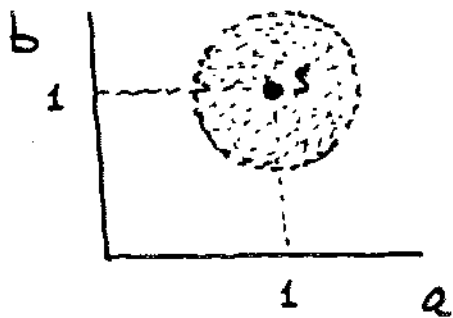
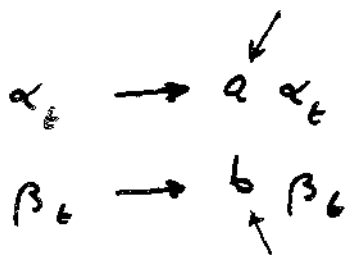
Famiglia di regole operative

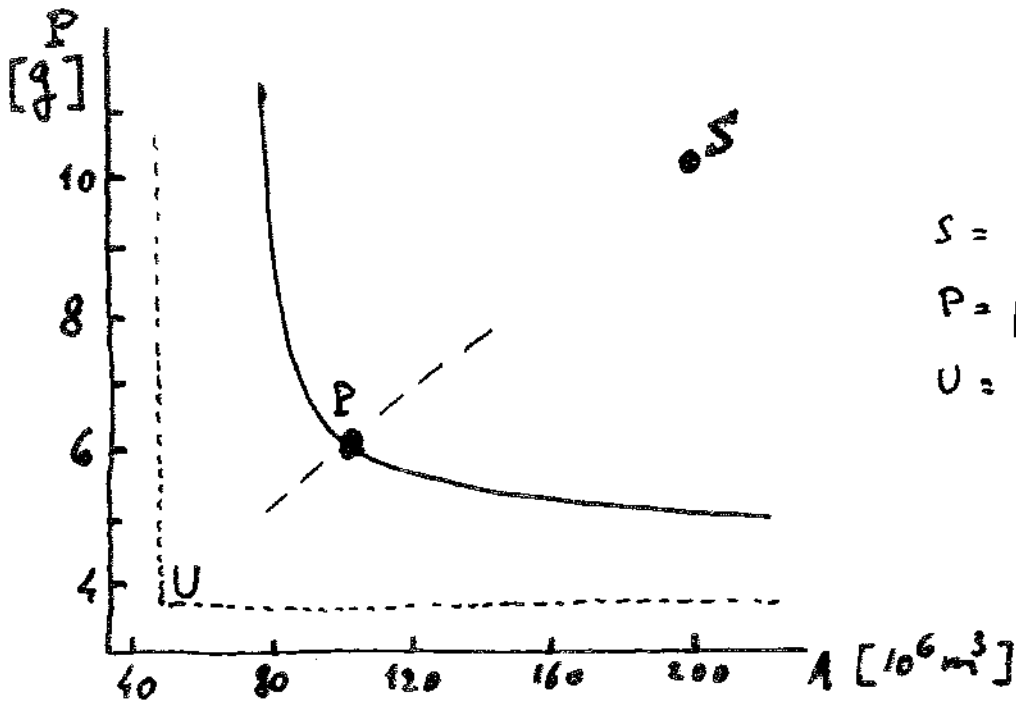
$$r_t = f(t, x_t)$$

α_t = sensibilità alle magre

β_t = sensibilità alle piene

Ottimizzazione





S = storico
 P = proposto
 U = utopia

Miglioramento

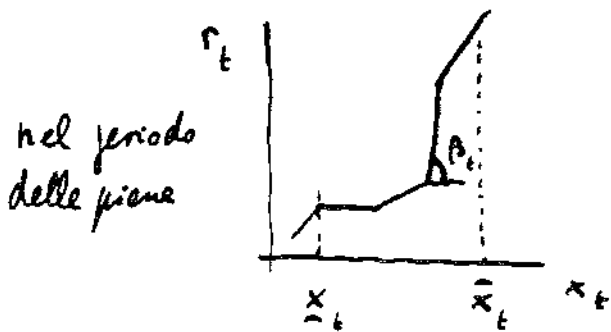
4 giorni di piena/anno

$100 \times 10^6 \times 1000$ litri = 10^{11} litri
 \downarrow 10 lire/litro
 10^{12} lire = 1000 Miliardi/anno

100 milioni di m^3 di acqua nuova.

Osservazione 1

La soluzione proposta ha $b > 1$



$$p_t = b p_t^* > p_t^*$$

Cio' equivale a una forzato preapertura della diga

\Downarrow
 riduzione dell'estremo superiore della fascia

Osservazione 2

Molte piene (di quelle rimanete) sono piccole \Rightarrow rischio Poza Garano

CONFRONTO PUNTUALE

	<u>gestione storica</u>	<u>gestione proposta</u>
# episodi piena	36	15
# episodi fallanza	38	19

Inoltre : tutti i colmi di piena ridotti
 tutte le durate di piena ridotte
 tutte le durate delle fallanze ridotte
 volumi di fallanze ridotti a $\frac{1}{3}$ co probabilità.

ESTENSIONI

- Caso del Lago Maggiore (con analisi costi-benefici)
- Studio delle politiche di gestione (un altro giorno di piena in meno e altri 10 milioni di acque nuove)
- Analisi delle regole operative e politiche min-max (avversione al rischio)
- Uso misto di politiche min $E[-]$ e min max
- Algoritmi di Progr. Dinam. Stocastica Periodica
- Sviluppo di DSS

CONCLUSIONI

55/9

1. E' utile rivedere la politica di gestione e usare un DSS.
2. E' utile potenziare la raccolta dei dati e usare politiche di gestione anziche' regole operative basate sulla conoscenza del solo livello.
3. E' utile diminuire l'estremo superiore della fascia di regolazione (modifica delle norme).
4. E' utile proteggere il lungo lago e la P.zz. lavoro con opere adeguate (intervento strutturale)