

L'allievo è invitato a dare una risposta ragionata e succinta a tutti gli argomenti proposti al fine di dimostrare il livello di preparazione globale. Nel progetto si suggerisce di sviluppare i calcoli in forma numerica. Si consiglia una lettura attenta del testo degli esercizi. Per esiti e soluzioni si usi l'indirizzo Internet del corso, per contattare il docente via e-mail: spagnoli@elet.polimi.it.

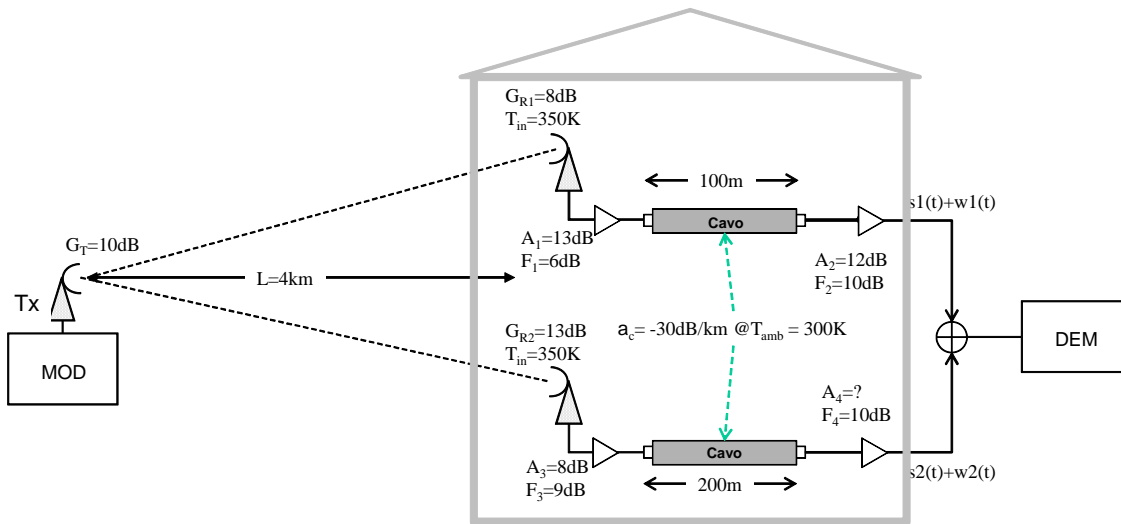
Si suggerisce di riportare in modo ordinato procedimenti e schemi/disegni e di evidenziare i valori numerici soluzione del problema. Al fine di favorire l'autovalutazione si riporta la distribuzione indicativa dei punteggi sui singoli esercizi. Si presti attenzione allo svolgimento visto che alcuni valori numerici potrebbero essere superflui o non strettamente necessari.

Domanda di ammissione (obbligatoria) (foglio azzurro con nome)

Un segnale $x(t)$ di potenza $P_x = 0\text{dBm}$ è composto da 3 sinusoidi armoniche alle frequenze di 1KHz, 2KHz e 3KHz, e di uguale potenza tra di loro. Si calcoli la potenza di $x(t)$ a valle di un blocco derivatore ideale.

Progetto (foglio bianco - 26 punti)

Si consideri un sistema di collegamento radio illustrato in figura che rappresenta un sistema a femto-celle in cui si ha un trasmettitore TX (si pensi ad un cellulare) posto a $L=4\text{km}$ da un edificio dove sono posizionate 2 antenne in ricezione (as esempio su due piani e/o due appartamenti che comunque garantiscono che la distanza del TX da ciascuna delle due antenne sia la medesima) che trasferiscono e sommano il segnale radiofrequenza al ricevitore (DEM) mediante due cavi di diversa lunghezza, ciascuno dei collegamenti con diversi apparati. In particolare, il sistema viene adottato per la trasmissione di un flusso dati $R_b = 60\text{Mb/s}$ alla frequenza di portante $f_c = 2.4\text{GHz}$ con modulazione 16QAM, e probabilità di errore massima tollerata dal collegamento di $P_b(E) = 10^{-5}$. La trasmissione è organizzata a blocchi $6 \times 10^4\text{bit/cad.}$



1) [8punti] Progettazione dell'apparato in ricezione e rumore:

La differenza tra le caratteristiche dei due cammini di ricezione (comprensivi delle antenne e degli apparati di ricezione) crea uno sbilanciamento tra i segnali ricevuti prima della loro somma che viene compensato progettando l'amplificazione dell'apparato A_4 in modo che la componente di segnale $s_1(t)$ della linea 1 sia uguale alla componente di segnale $s_2(t)$ della linea 2.

a) Calcolare il guadagno G_1 della cascata antenna1+linea di ricezione 1 e il guadagno G_2 della cascata antenna2+linea di ricezione 2 e dimensionare il guadagno A_4 dell'amplificatore nella linea di ricezione 2 in modo da garantire $G_1 = G_2$, oppure che $s_1(t) = s_2(t)$.

b) Calcolare la temperatura equivalente di rumore T_{eq1} per la linea di ricezione 1.

c) Calcolare la temperatura equivalente di rumore T_{eq2} per la linea di ricezione 2.

d) Calcolare la densità spettrale di potenza $N_{0,1}$ del rumore $w_1(t)$ e $N_{0,2}$ del rumore $w_2(t)$ prestando attenzione che si richiede qui di valutare il rumore *a valle* della catena di amplificatori.

e) A valle del nodo di somma si ha quindi $y(t) = s_1(t) + s_2(t) + w_{tot}(t) = 2s_1(t) + w_{tot}(t)$, calcolare la densità spettrale di potenza N_0 per il rumore totale $w_{tot}(t) = [w_1(t) + w_2(t)]$. Valutando il rapporto segnale/rumore, si dimostri se lo schema proposto in cui si dispone della somma dei segnali (e dei disturbi) ha qualche beneficio rispetto alle singole linee di ricezione.

Si ricorda che il fattore di rumore è misurato convenzionalmente alla temp. di 290K.

2) [10punti] Progettazione Potenza di Trasmissione:

Sulla base dei parametri di progetto indicati sopra e la soluzione del punto 1:

a) rappresentare lo schema a blocchi dell'apparato di ricezione;

b) calcolare la potenza di trasmissione minima P_T e la minima occupazione di banda (*si suggerisce di svolgere il dimensionamento del link valutando attenuazione e rumore a valle della somma dei due segnali per il segnale $y(t)$*);

c) assumendo che lo schema sopra operi in diversità di spazio per contrastare affievolimenti casuali (di Rayleigh), si calcoli la nuova potenza di trasmissione P_T per garantire almeno il funzionamento corretto del collegamento per 990blocchi di bit (da 60kbit/cad) su ogni secondo di trasmissione.

3) [8punti] Discussione del progetto:

Si richiede a valle dei calcoli di cui sopra, di commentare il sistema/progetto e proporre soluzioni alternative. In particolare:

a) Se le due tratte di collegamento radio 1 e 2 non fossero della stessa lunghezza ($L_1 \neq L_2$) ma differissero di poco, quali sarebbero gli effetti rilevati? Si valuti poi il caso in cui una delle due tratte sia più lunga di 20m; ad esempio $L_1 = L = 4km$ e $L_2 = L + 20m = 4.02km$, cosa accade al segnale modulato somma $s_1(t) + s_2(t)$?

b) Se l'antenna di trasmissione avesse un ostacolo (si pensi di spostare il terminale mobile che opera da TX da una stanza all'altra) che contribuisce ad un'attenuazione supplementare di 4dB per entrambi i collegamenti, cosa sarebbe possibile fare per compensare questa perdita non potendo aumentare la potenza del trasmettitore P_T già calcolata sopra? Cosa modificare nel progetto o nel sistema?

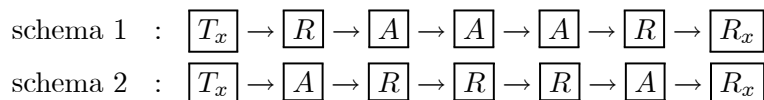
c) Assumendo che la trasmissione adotti uno schema di ritrasmissione sul blocco (ARQ) che prevede la ritrasmissione di ogni blocco da 60kbit se ricevuto con almeno un errore su un bit: si illustri lo schema ARQ per il caso specifico e si valuti il ritmo di trasmissione per la $P_b(E) = 10^{-5}$ del sistema.

Domande (fogli giallo e verde - 16 punti)

indicare sul foglio la domanda a cui si sta' rispondendo, si riporti brevemente (max 1 pagina) il procedimento e si evidenzi il risultato finale.

D1-giallo. punti: 3)

Un collegamento radio in modulazione BPSK viene suddiviso in 6 tratte di uguale lunghezza alternando apparecchiature rigenerative \boxed{R} e non-rigenerative \boxed{A} secondo i due schemi:



Si confrontino le due soluzioni (in termini di probabilità di errore complessiva) assumendo che per ogni collegamento intermedio (se considerato come collegamento isolato) venga garantita una probabilità di errore di 10^{-6} .

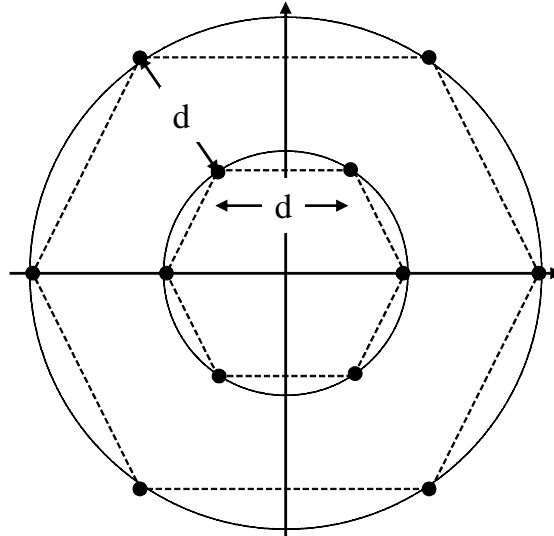
D2-giallo. punti: 5) Si vogliono trasmettere con modulazione BPSK $N = 10$ flussi dati relativi ad altrettanti segnali analogici ciascuno con banda 100KHz e massimo rumore di quantizzazione tollerabile con potenza pari allo 0.1% rispetto alla potenza del segnale. Si confrontino le diverse tecniche di multiploazione per aggregare i $N=10$ flussi dati in modo da garantire che la probabilità di errore introdotta dal collegamento sia trascurabile rispetto al rumore di quantizzazione, in particolare:

a) Multiploazione div. tempo (TDM): calcolare il ritmo di trasmissione R_b e la banda, schema a blocchi;

b) Multiploazione div. frequenza (FDM): calcolare l'occupazione di banda, schema a blocchi;

c) Sistema spettro espanso (CDMA): calcolare il fattore di espansione e l'occupazione di banda, schema a blocchi.

D3-verde.punti:3) Si consideri nello spazio dei segnali la costellazione in figura per la trasmissione di simboli equiprobabili. Calcolare il limite superiore della probabilità di errore sul bit (mediante lo *union bound*) assumendo che $E_s/N_0 = 10dB$ (dove E_s rappresenta l'energia media per ogni simbolo).

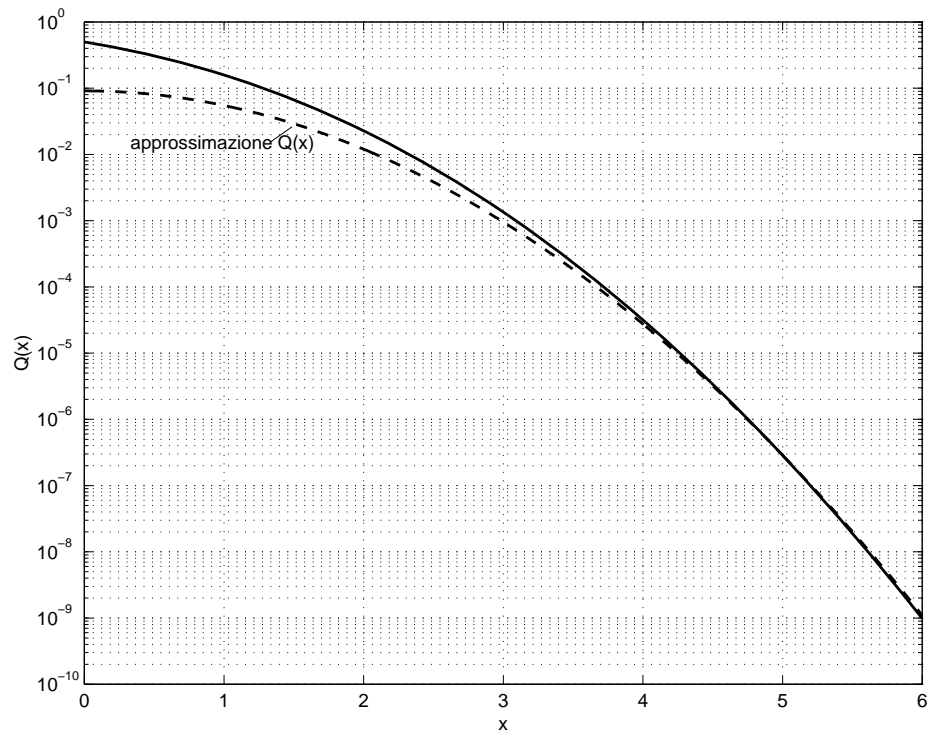


D4-verde. punti: 5)

Un sistema di comunicazione su lunga distanza è dimensionato per garantire la trasmissione a divisione di tempo di 10^3 canali PCM, ciascuno da $64kb/s$ con un requisito massimo irrinunciabile di $P_b(E) = 10^{-7}$. Affievolimenti nel canale possono però indurre degradazioni intollerabili nella probabilità di errore e per questo si decide di aggiungere al sistema esistente uno schema di codifica a blocco BCH e decodifica bit-a-bit (decodifica hard) caratterizzato dai parametri $(n, k, d)=(511,475,9)$.

- a) Si calcoli la probabilità di errore sul bit del sistema codificato.
- b) Si calcoli il massimo livello di affievolimento tollerato dal sistema (in termini di riduzione del rapporto E_b/N_0) in modo che la probabilità di errore in presenza di codifica sia pari a 10^{-7} .
- c) Si valuti l'occupazione di banda senza e con la codifica di canale proposta e il numero di canali PCM.

Si ricorda l'approssimazione $\log_{10} Q(x) \simeq -1.04 - 0.22x^2$ riportata anche in figura (linea tratteggiata).



$$P_{out} = \frac{P_x}{3} (2\pi)^2 (f_1^2 + f_2^2 + f_3^2) = 1mW \frac{(2\pi)^2}{3} 10^6 (1 + 4 + 9) = \frac{14 \times (2\pi)^2}{3} 10^3 W \quad \underline{\underline{8dct}}$$

$$52,6 dBm$$

progetto

$$G_1 = 8 + 13 - 3 + 12 = 30 dB$$

$$G_2 = 13 + 8 - 6 + A_4 = 15 + A_4 = G_1 \rightarrow A_4 = 15 dB$$

$$T_{ep1} = \frac{T_{in}}{350} + \frac{290(4-1)}{870} + \frac{300(2-1)}{15} + \frac{290(10-1)}{261} \frac{2}{20} = 1496 K$$

$$T_{ep2} = T_{in} + \frac{290(8-1)}{2030} + \frac{300(4-1)}{142} + \frac{290(10-1)}{1654} \frac{4}{10^{8/10}} = 4176 K$$

$$N_{01} = k T_{ep1} \cdot G_1 = 30 - 173 dBm/Hz + 10 \log_{10} \frac{1496}{290} = -135,8 dBm/Hz$$

$$N_{02} = k T_{ep2} G_2 = 30 - 173 dBm/Hz + 10 \log_{10} \frac{4176}{290} = -131,4 dBm/Hz$$

$$N_0 = k (T_{ep1} + T_{ep2}) G = 30 - 173 dBm/Hz + 10 \log_{10} \frac{4176 + 1496}{290} = -130 dBm/Hz$$

$$SNR_1 = \frac{P_s}{P_{n1}} = \frac{P_s}{N_{01} B}$$

$$SNR_2 = \frac{P_s}{P_{n2}} = \frac{P_s}{N_{02} B}$$

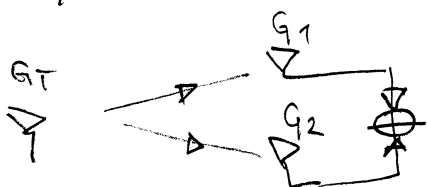
$$SNR = \frac{4P_s}{P_n} = \frac{4P_s}{N_0 B}$$

Qualcosa +6dB rispetto a SNR2 e
circa uguale a SNR1 → vantaggio
si hanno nelle diverse (vedi
figura)

Link budget

$$\gamma = \frac{G_T G_R}{(4\pi)^2} \cdot \frac{1}{(L/\lambda)^2} = 10 + 36 - 22 - 20 \log_{10} \left(\frac{4 \times 10^3}{110 \cdot 0,125} \right) = -66 dB$$

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{2,4 \times 10^9} = 0,125 m$$



$$G_R = 36 dB \rightarrow (G_1 = G_2 = 30 dB \text{ e } \text{circa si sommano } 6 dB \text{ per somma } \text{temperatura segnali})$$

Attenzione, il progetto è calcolato e vale
nelle somme dei segnali (link budget)

$$P_b(\epsilon) = \frac{3}{4} Q\left(\sqrt{\frac{3E_s}{15N_0}}\right) = \frac{3}{4} Q\left(\sqrt{\frac{P_R}{5N_0 R_s}}\right) = 10^{-5} \quad \text{sol 22}$$

$$Q(x) = 1.3 \times 10^{-5} \rightarrow x \sim 4.1$$


$$\frac{P_R}{5N_0 R_s} \geq 4.1^2 \quad P_R \geq 5 \times 4.1^2 \times N_0 \times R_s$$

$$= 19.2 - 130 \text{ dBm/Hz} + 10 \log_{10} \frac{60 \times 10^6}{4} = 71.7$$

$$= -39 \text{ dBm}$$

$$P_T \geq P_R / \delta = -39 \text{ dBm} + 66 \text{ dB} = 27 \text{ dBm} \quad (= 500 \text{ mW})$$

livello potenza max per un terminale mobile

$$B_{RF \min} = 15 \text{ MHz}$$


10 canali = 1000 blocchi, perdite 10 blocchi ogni 1000:

$$P_{fs} = \frac{10}{1000} = 10^{-2}$$

marginare fading (diversità spazio = 2):

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{P_{fs}}} = \frac{20}{10} = 10 \text{ dB}$$

$$P_T = 27 \text{ dBm} \text{ nuova. (5W)}$$

3a Il percorso estolizionale introduce 67 di 1 simbolo.
(vedi altri Temi di esame)

3b Attenuazione supplementare $4 \text{ dB} \rightarrow$ coefficiente di canale con perdite di ritrasmissione.

$$\frac{3c}{(1 - P_{PK}) = (1 - P_b(\epsilon)) = (1 - 10^{-5})} \quad (6 \times 10^4)$$

$$P_{PK} \sim 6 \times 10^4 \times 10^{-5} = 0.6$$

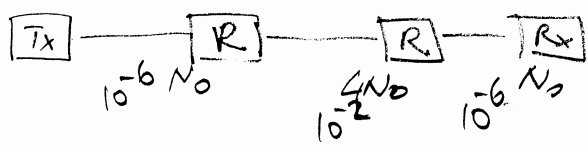
$$R_{b \text{ netto}} = (1 - 0.6) R_b = 24 \text{ Mb/s.}$$

(con ritrasmissioni)

Si noti che le domande 3a/b/c richiedono sempre l'assunzione che il sistema opera nel regime di ricezione dall'altro.

D1

Sol C2



$$P_b \approx 10^{-6} + 10^{-6} + 10^{-2} \approx 10^{-2}$$

Sch. 1

BPSK

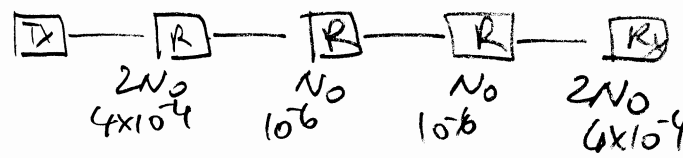
$$P_b(E) = Q\left(\sqrt{\frac{2Eb}{N_0}}\right) = 10^{-6}$$

4.8

se $N_0 \rightarrow 4N_0$

$$Q\left(\frac{4.8}{2}\right) = Q(2.4) = 10^{-2}$$

Sch 2



$$P_b \approx 4 \times 10^{-4} + 10^{-6} + 10^{-6} + 4 \times 10^{-4} \approx 8 \times 10^{-4}$$

$$Q\left(\frac{4.8}{\sqrt{2}}\right) = Q(3.4) \approx 4 \times 10^{-4}$$

ideme
2. he prob
more fin-home

D2

$$SNR_q = \frac{1}{10^{-3}} = 30dB, \text{ anuendo } 6(B-1) = 30dB$$

Soun. $B = 6 \text{ bit}$

$$P_b(E) = \frac{2^{-2B}}{4} = \frac{2^{-12}}{4} = 6 \times 10^{-5}$$

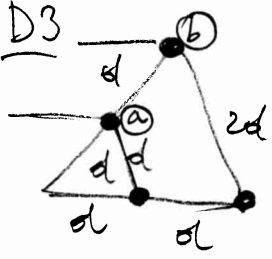
$$R_b = \underbrace{10}_N \times \underbrace{2 \times 100k}_{f_c} \text{ Hz} \times \underbrace{6}_{\text{bit/camp}} = 12 \text{ Mb/s}$$

TDM e FDM vca: affunt leniere $\rightarrow B_{RF} \geq 12 \text{ MHz}$

CDMA: $Q\left(\sqrt{\frac{Q}{N-1}}\right) = 6 \times 10^{-5}$ $B_{RF} \geq 1.2 \text{ MHz} \times Q$

$$\frac{Q}{9} = 3.7^2 \rightarrow Q = 123 \quad B_{RF} = 148 \text{ MHz}$$

D3



$$P_s(E) = \frac{1}{12} \times \left[\underbrace{6 \times 3 \times Q\left(\frac{d}{\sqrt{2}N_0}\right)}_a + \underbrace{6 \times Q\left(\frac{d}{\sqrt{2}N_0}\right)}_b + \underbrace{6 \times 2 \times Q\left(\frac{2d}{\sqrt{2}N_0}\right)}_{b\text{-ext}} \right]$$

$$E_s = \frac{1}{2} d^2 + \frac{1}{2} 4d^2$$

$$\frac{d}{\sqrt{2}N_0} = \sqrt{\frac{2E_s}{2SN_0}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = 1.4 \Rightarrow Q(1.4) = 10^{-1}$$

$$Q(2.8) = 2 \times 10^{-3}$$

$$P_s(E) = \frac{1}{12} (24 \times 10^{-1} + 12 \times 2 \times 10^{-3}) \approx 2 \times 10^{-1}$$

D4 $t = q - 1 = 4$ $P_b(E) = \binom{511-1}{4} p^{t+1} = \frac{810!}{4! 506!} p^5 = 2.8 \times 10^9 p^5 = 2.8 \times 10^{-35} = 2.8 \times 10^{-26}$

affierolium tollerab $2.8 \times 10^9 p^5 = 10^{-7} \rightarrow p = 7.7 \times 10^{-4}$

$\frac{7.7 \times 10^{-4}}{5.2} = 1.5 \times 10^{-4}$
 $\alpha = 4.2 \text{ dB}$