

L'allievo è invitato a dare una risposta ragionata e succinta a tutti gli argomenti proposti al fine di dimostrare il livello di preparazione globale. Nel progetto si suggerisce di sviluppare i calcoli in forma numerica. Si consiglia una lettura attenta del testo degli esercizi. Per esiti e soluzioni si usi l'indirizzo Internet del corso, per contattare il docente via e-mail: spagnoli@elet.polimi.it.

Si suggerisce di riportare in modo ordinato procedimenti e schemi/disegni e di evidenziare i valori numerici soluzione del problema. Al fine di favorire l'autovalutazione si riporta la distribuzione indicativa dei punteggi sui singoli esercizi. Si presti attenzione allo svolgimento visto che alcuni valori numerici potrebbero essere superflui o non strettamente necessari.

Domanda di ammissione (obbligatoria) (foglio rosa con nome)

Un sistema di trasmissione per funzionare assorbe una corrente di $50\mu A$ con una tensione di alimentazione di $6V$. Si provvede ad alimentarlo con una batteria che ha una capacità complessiva di $E_0 = 8000J$ all'inizio del funzionamento:

a) calcolare quanto tempo rimane attivo il dispositivo prima di esaurire tutta la carica della batteria.

Per cause varie (p.e., temperatura) la carica disponibile delle batterie (anche in assenza di utilizzo) si riduce nel tempo secondo la legge lineare:

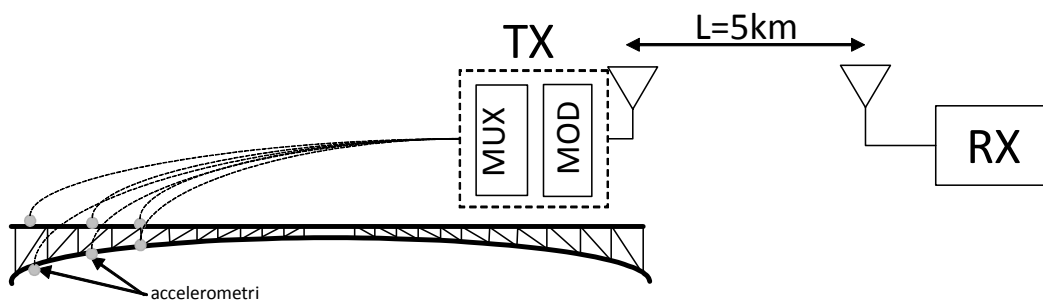
$$E = E_0 \times (1 - \alpha t)$$

b) calcolare il coeff. α assumendo che dopo 1 mese la carica si è ridotta del 10% (dimensioni di α ?)

c) calcolare ora quanto tempo rimane attivo ora il dispositivo.

Suggerimento: Si ricordi che ogni giorno viene usata una frazione di energia e un sistema smette di funzionare quando la somma dell'energia spesa è uguale a quella istantaneamente disponibile....attenzione alle dimensioni delle grandezze!

Progetto (foglio bianco - 22 punti)



Progettare un sistema di comunicazione per la trasmissione alla distanza di $L=5km$ l'insieme di 1000 segnali provenienti da altrettanti accelerometri con banda $5KHz$ per il monitoraggio continuo delle sollecitazioni in grandi strutture come in figura (si pensi ad ogni accelerometro come ad un microfono). Ogni sensore ha una rumorosità intrinseca tale che il massimo rapporto segnale/rumore di misura è $SNR_{sensore} = 28dB$. Il trasmettitore è composto da un blocco per la moltiplicazione dei segnali (MUX) e da un blocco per la modulazione (MOD). Il sistema di comunicazione occupa lo spettro alla portante di $f_c = 10GHz$, il guadagno delle antenne è di $G_T = G_R = 10dB$ e la densità spettrale di potenza (monolatera) del rumore equivalente all'ingresso del ricevitore è di $N_0 = kT_{eq} = -155dBm/Hz$. Si richiede di confrontare il progetto di due sistemi di comunicazione, uno analogico e l'altro numerico.

1) **Sistema numerico:** il segnale da ogni singolo accelerometro viene localmente campionato/quantizzato, il flusso numerico viene moltiplicato TDMA (blocco MUX) e trasmesso su un ponte radio numerico (MOD).

a) Si rappresenti lo schema a blocchi lato TX del sistema sensore+MUX+MOD e del RX.

- b) Si calcolino i parametri per campionamento e quantizzazione dei segnali di misura ad ogni sensore.
- c) Si calcoli la massima $P_b(E)$ che il sistema può tollerare (perché?).
- d) Si calcoli l'occupazione spettrale assumendo di adottare una modulazione 16QAM con impulsi RRC con eccesso di banda del 30%.
- e) Si calcoli la potenza in trasmissione P_T .

2) *Sistema analogico*: il segnale da ogni singolo accelerometro viene multiploato a divisione di frequenza (blocco MUX) e trasmesso su un ponte radio analogico con modulazione analogica (blocco MOD)

a) Si rappresenti lo schema a blocchi del sistema analogico di multiploazione a divisione di frequenza (FDM) dei 1000 segnali e poi la traslazione in frequenza (MOD) in modo da avere occupazione spettrale minima.

b) Si calcoli la potenza minima in trasmissione P_T in modo che la degradazione sul segnale di ogni singolo accelerometro introdotta dal sistema di comunicazione sia trascurabile.

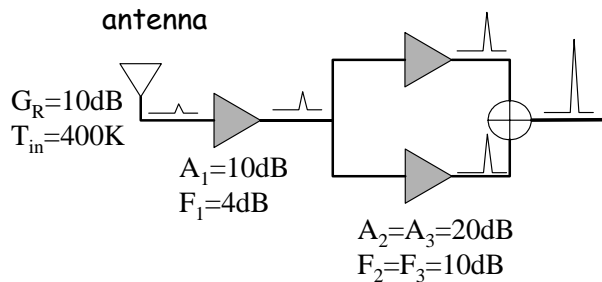
Nel sistema numerico dimensionato al punto precedente si decide di adottare una codifica a blocco BCH e decodifica bit-a-bit (decodifica hard) caratterizzati dai seguenti parametri $(n, k, d)=(255, 231, 7)$, si calcoli la probabilità di errore a parità del valore di E_b/N_0 usato nel dimensionamento del sistema senza codifica. Nel caso di decodifica ottima (soft), si valuti (in forma approssimata) la probabilità di errore. Quali sono vantaggi/svantaggi dei due schemi di decodifica hard e soft?

Domande (fogli giallo e verde - 20 punti) *indicare sul foglio la domanda a cui si sta' rispondendo, si riporti brevemente (max 1 pagina) il procedimento e si evidenzi il risultato finale.*

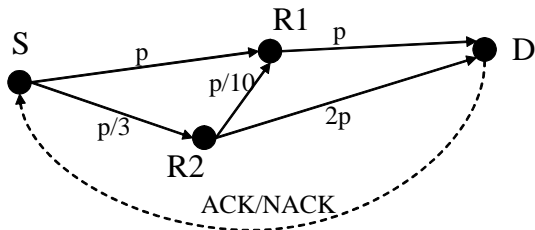
D1-giallo. punti: 4)

La sezione RF di un sistema di ricezione è costituita dalla cascata di due stadi di amplificazione in cui il secondo stadio è rappresentato dal parallelo di due amplificatori identici, ciascuno con guadagno $A_2 = A_3 = 20dB$ e fattore di rumore $F_2 = F_3 = 10dB$ che sommano a valle la tensione come in figura. Calcolare la temperatura equivalente di rumore in ingresso al sistema. Perché mai il progettista ha disposto i due amplificatori in parallelo tra di loro sommandone le tensioni (ovvero, ci sono dei vantaggi)?

Si ricordi che $kT_{amb} = -173dBm/Hz$ per $T_{amb} = 290K$, inoltre il fattore di rumore è misurato convenzionalmente alla temp. di $290K$



D2-giallo. punti: 5) Nel sistema di comunicazione in figura la sorgente (S) raggiunge la destinazione (D) attraverso instradamenti multipli su due nodi intermedi (R1 e R2) rigenerativi e con probabilità di errore sul bit rappresentata sui singoli rami in figura con $p = 1/5$. Si decide di formare dei pacchetti da $N=10$ bit comprensivi di un blocco di parità in grado di rivelare alla destinazione D la presenza di uno o più errori nel pacchetto.



a) Si calcoli la probabilità di errore media su ogni singolo bit nel collegamento S→D considerando tutti i possibili instradamenti (nel caso di biforcazioni ogni nodo trasmettere instradando su ogni percorso in modo equiprobabile ovvero se un nodo ha 2 rami in uscita, la probabilità di instradamento su ogni ramo è 1/2).

b) Si calcoli la probabilità di errore sul pacchetto $P_{S \rightarrow D}$ composto da $N=10$ bit nel collegamento S→D.

c) Il sistema, in caso di ricezione con errore alla destinazione, richiede la ritrasmissione del pacchetto mediante un bit di segnalazione ACK/NACK. Assumendo che il collegamento S→D debba garantire il trasferimento alla destinazione di 1Mbit/s, calcolare di quanto aumentare la velocità di trasmissione minima sui singoli rami (comprensiva dell'overhead dovuto alla ritrasmissione dei pacchetti).

Attenzione: se il valore di p è troppo alto non sono possibili alcune semplificazioni...

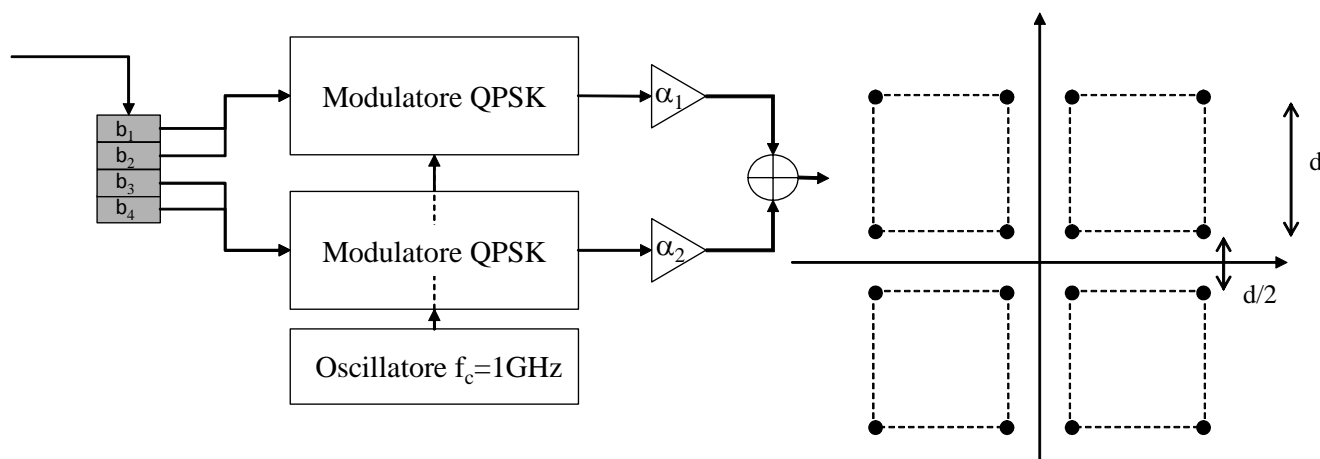
D3-verde.punti:7) Si consideri il sistema in figura in cui i segnali da due modulatori QPSK vengono sommati (in tensione) previa amplificazione α_1 e α_2 per la generazione di costellazioni diverse.

a) Data la costellazione in figura, si calcoli il valore di d in modo che l'energia media trasmessa risulti unitaria.

b) Dopo aver discusso vantaggi/svantaggi della soluzione proposta (dimostrando che la combinazione di modulatori QPSK è effettivamente in grado di realizzare la costellazione proposta), si dimensionino i valori di α_1 e α_2 in modo da realizzare la costellazione in figura (sempre con energia media per simbolo trasmessa sia unitaria).

c) Calcolare il limite superiore della probabilità di errore sul bit (mediante lo *union bound*) assumendo che $E_s/N_0 = 20dB$. Si assegni inoltre un mapping.

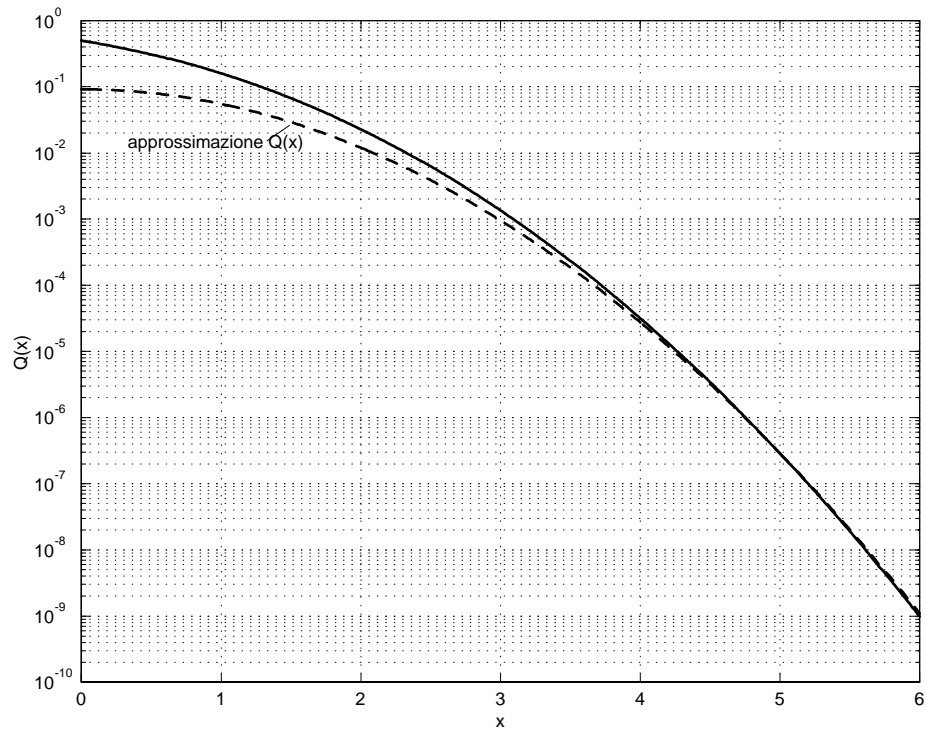
d) Come si modificano α_1 e α_2 per avere una costellazione 16QAM? Quali vantaggi ha una costellazione 16QAM rispetto alla costellazione in figura (a parità di energia media per simbolo)?



D4-verde. punti: 4)

Una sorgente genera 250 messaggi/sec usando un alfabeto composto da 8 messaggi caratterizzati da probabilità $p(x_1) = p(x_2) = p(x_3) = p(x_4) = p$ e $p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = p(x_8) = p/4$. Si calcoli il ritmo di trasmissione minimo a valle di un codificatore di sorgente ideale. Si calcoli il livello minimo del rapporto segnale rumore SNR_{\min} per garantire la trasmissione su un canale gaussiano con banda 50Hz senza errori. Si calcoli il rapporto E_b/N_0 minimo nelle stesse condizioni.

Si ricorda l'approssimazione $\log_{10} Q(x) \simeq -1.04 - 0.22x^2$ riportata anche in figura (linea tratteggiata).



progetto

$f_c = 10 \text{ kHz}$

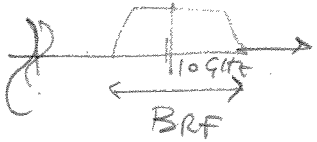
$\text{SNR}_{\text{minimo}} = 28 \text{ dB} \sim 6(N_q - 1) \rightarrow N_q \geq 5.67 \rightarrow N_q = 6 \text{ bit}$

$R_b = 1000 \times \frac{6 \text{ bit}}{\text{camp}} \times 10^4 \frac{\text{camp}}{\text{sec}} = 60 \text{ Mb/sec}$

$P_b(\bar{E})_{\text{roll}} \sim \frac{1}{4 \times 2^{12}} = 6 \times 10^{-5} \text{ (max)}$

16QAM

$B_{\text{RF}} = 2 \times \frac{60 \cdot 10^9}{4 \cdot 2} (1 + 0.3) = 195 \text{ MHz}$



Attenuazione totale: $\gamma = \frac{4\pi GR}{(4\pi)^2} \cdot \frac{1}{(L/\lambda)^2} = 20 - 22 - 20 \log_{10} \left(\frac{5 \times 10^3}{3 \times 10^{-2}} \right)$
 $\lambda = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{10 \times 10^9} = 3 \times 10^{-2} \text{ (3cm.)}$
 $= -2 - 20 \log_{10} 5/3 - 100 \text{ dB} = -106.5 \text{ dB}$

$\frac{3}{4} Q \left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0} \cdot \frac{3}{4}} \right) \times \frac{1}{4} = 6 \times 10^{-5} \rightarrow Q(x) = 3.2 \times 10^{-4}$
 $x \approx 3.3$
 $\frac{E_s}{N_0} = 54.4 = 17.4 \text{ dB}$
 mapping Gray

$\frac{P_R}{N_0 \cdot R_s} \geq 17.4 \text{ dB}$

$P_R \geq 17.4 \text{ dB} - 155 \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}} + 10 \log_{10} \frac{60 \times 10^6}{4} = 19.2 + 70 - 155 = -65.8 \text{ dB}$

$P_T \geq 40.7 \text{ dBm} \sim 10 \text{ W}$ (ragionevole)

Analogico → vedi analogo tema d'esame (ad esempio 03/07/08)

conifite → vedi precedenti temi d'esame (Domenica).

Ampli Wome

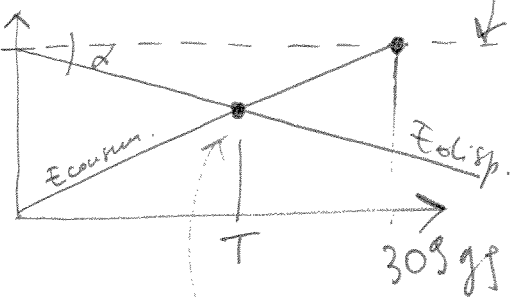
SolC 21/8/09

$$E_{\text{consumata}} (1 \text{ gp}) = \frac{50 \times 10^{-6} \times 6V}{300 \mu\text{J/sec}} \times 2600 \frac{\text{sec}}{\text{h}} \times \frac{24 \text{h}}{\text{die}} = 25,9 \text{ joule/gp.} \quad 2$$

a) rumore (rete decenim.)

$$\frac{E_0}{E_{1 \text{gp}}} = \frac{8000}{25,9} \sim 309 \text{ gp} = 7,4 \times 10^3 \text{h} \approx 26,7 \text{H} \text{oise}$$

b) Decenim. carica.



$$\alpha \cdot 30 \text{gp} = 0,1 \rightarrow \alpha = 3,3 \times 10^{-3} / \text{gp}$$

(note de valori tipici var: fanno 2-6%/an)

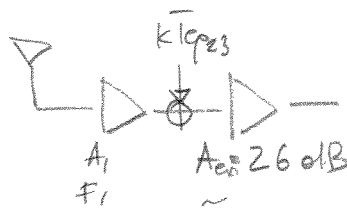
$$E_{\text{consumata}} = 25,9 \text{ J/gp} \times t$$

$$E_{\text{disponibile}} = 8000 (1 - \alpha t)$$

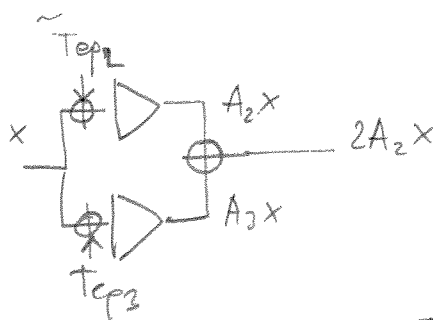
risultato: $E_{\text{consum.}} = E_{\text{dispon.}} \quad 25,9 T = 8000 (1 - 3,3 \times 10^{-3} T)$

$$T = \frac{8000}{25,9 + 26,7} \sim 152 \text{ gp}$$

D1



Somma delle potenze di rumore all'ingresso di (A2, A3).



potenze: +6dB $\rightarrow A_{cp} = 26 \text{ dB}$

$$Tep_2 = Tep_3 = 290 (10 - 1) = 2610 \text{ K}$$

$$Tep_{23} = 2 \times Tep_2 = 5220 \text{ K}$$

$$Tep = 400 \text{ K} + \underbrace{290 \left(10^{\frac{4}{10}} - 1 \right)}_{438} + \underbrace{\frac{5220}{10}}_{522} = 1360 \text{ K}$$

Valori: somma potenze rumore (+3dB)

somma tensioni segnale (+6dB)

Valori: SNR +3dB ... esistono altre motivazioni legate all'HW...

D2 Ci sono 3 strategie di recupero possibili, quindi 3 variabili binarie per il calcolo delle prob. essere

$$P_{\text{correcto}} = \underbrace{\frac{1}{2} \times (1-p)^2}_{S \rightarrow R_1 \rightarrow D} + \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (1-p/3)(1-2p)}_{S \rightarrow R_2 \rightarrow D} + \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (1-p/3)(1-p/10)(1-p)}_{S \rightarrow R_2 \rightarrow R_1 \rightarrow D}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{49}{50} \cdot \frac{4}{5} = 0,643$$

$$P_b(\epsilon) = 1 - P_{\text{correcto}} = 0,357$$

(re eveni usata approx. $(1-p)^n \sim 1-np$ allora:
 $P_b(\epsilon)_{\text{approx}} \sim \frac{1}{2} \cdot 2p + \frac{1}{4} \left(\frac{p}{3} + 2p\right) + \frac{1}{4} \left(\frac{p}{3} + \frac{p}{10} + p\right) = \underbrace{p(1 + 0,58 + 0,358)}_{0,388}$)

$$1 - P_{PK} = \underbrace{(1 - P_b(\epsilon))^{10}}_{0,012} \quad P_{PK} = 1 - \underbrace{(1 - P_b(\epsilon))^{10}}_{0,012} = 0,988$$

(pacchetti hanno una elevata prob. di ritrasm.)

$$R_{\text{utile}} = 1 \text{ Mb/s (garantito)} \frac{1 \text{ Mb/s}}{1 - P_{PK}} = 83,3 \text{ Mb/s.}$$

Si può calcolare il numero medio di tentativi di trasmissione ovvero $\frac{1}{1 - P_{PK}} = 83,3$.

Derivazione: $p_i = (1 - P_{PK}) P_{PK}^{i-1}$ prob. che all'ennesimo tentativo la trasm. ha successo con $i-1$ tentativi con errore

$$N_{\text{medio tentativi}} = \sum_{i=1}^{\infty} i \times p_i = \frac{(1 - P_{PK})}{P_{PK}} \sum_{i=1}^{\infty} i P_{PK}^i = \frac{1 - P_{PK}}{P_{PK}} \underbrace{\sum_{i=0}^{\infty} i P_{PK}^i}_{= \frac{1}{1 - P_{PK}}} = \frac{1}{1 - P_{PK}}$$

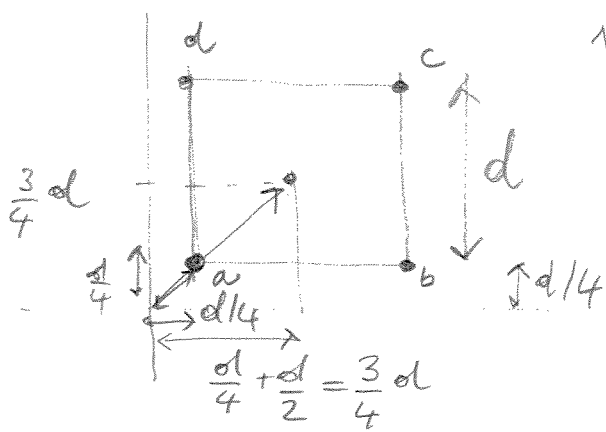
serie geometrica: $\frac{P_{PK}}{(1 - P_{PK})^2}$

ERRORE DA EVITARE (ma c'è chi lo continua a fare!).

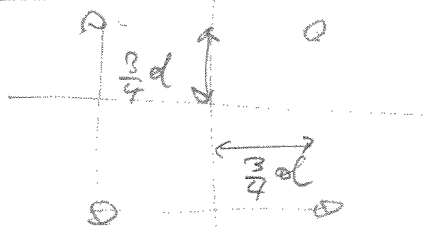
$$P_{PK} \neq 10 \times P_b(\epsilon)$$

D3

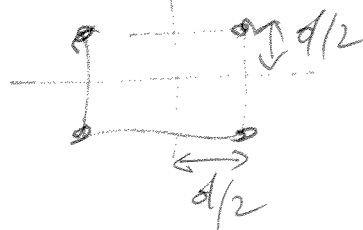
4



1° Modulazione (α_1)



2° modulazione (α_2)



Rapporto guardato:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{3}{4}d}{d/2} = \frac{3}{2}$$

Energie unitarie: $\frac{1}{4} \times \left(\left(\frac{d}{4} \right)^2 + \left(\sqrt{2} \right)^2 \right) + \frac{1}{4} \times \left(\left(\frac{d}{4} + d \right)^2 + \left(\sqrt{2} \right)^2 \right) +$

prob(a)

$$+ \frac{1}{4} \times 2 \times \left(\left(\frac{d}{4} \right)^2 + \left(\frac{d}{4} + d \right)^2 \right) = E_s = 1$$

funz b, d.

$$\left[\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{16} + \frac{1}{4} \cdot \frac{25}{16} \cdot 2 + 2 \times \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{16} + \frac{25}{16} \right) \right] d^2 = 1$$

$$\frac{d^2}{32} (1 + 25 + 26) = 1 \rightarrow d^2 = \frac{32}{52} = \frac{8}{13} \sim 0,615$$

$$E_s = \frac{13}{8} d^2$$

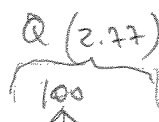
$$d_1 = \frac{3}{4} \times 0,784 \sim 0,588$$

$$d_2 = \frac{1}{2} \times 0,784 \sim 0,392$$

prob. errore (emendo le distanze minime solo per a, b, d e
 fai a d/2, si riunite il calcolo a
 questa configurazione)

$$P_s(E) \approx \frac{1}{16} \times 4 \times 4 \times Q\left(\frac{d/2}{\sqrt{2N_0}}\right) = \frac{1}{4} \times Q\left(\sqrt{\frac{d^2}{8N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_s \cdot 1}{N_0 \cdot 13}}\right) \approx \frac{1}{4} \times 10^{-3}$$

quadranti



D4

5

$$4p + 4 \times \frac{p}{4} = 1 \rightarrow p = 1/5$$

$$H(S) = -4 \times p \log_2 p - 4 \times \frac{p}{4} \log_2 \frac{p}{4} = -5p \log_2 p + p \log_2 4$$

$(\log_2 x = y \rightarrow \log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2})$

$$= \frac{1}{5} \cdot 2 + 5 \cdot \frac{1}{5} \frac{\ln 5}{\ln 2} \approx 2.72 \frac{\text{bit}}{\text{msp.}}$$

$$R_b \geq 250 \frac{\text{msp}}{\text{sec}} \times 2.72 \frac{\text{bit}}{\text{msp}} = 680 \text{ bit/s.}$$

$$801 \text{ Hz} \log_2 (1 + \text{SNR}_{\text{min}}) = 680 \text{ bit/s.}$$

$$\text{SNR}_{\text{min}} \approx \sqrt[13.6]{\frac{2}{12.4 \times 10^3}} \approx 40.9 \text{ dB} = \frac{P}{\sigma^2} = \frac{E_b \cdot R_b_{\text{min}}}{N_0 \cdot B}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = 40.9 \text{ dB} + \underbrace{10 \log_{10} B/R_b}_{-11.3} = 29.6 \text{ dB}$$